Math93.com

TD 1 - Quatrième
Équations

Les exercices suivants dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont corrigés intégralement en fin du présent TD. Les autres présentent des éléments de réponses et un lien vers une correction détaillée sur www.math93.com

Partie I. Applications du cours : tester si un nombre est solution d'une équation

Exercice 1. Tester une valeur (c)

Soit (E_1) l'équation :

$$x^2 + 2x + 1 = (x+1)(1-4x)$$

1. Le nombre $x = 1$ est-t-il solution de cette équation ?
2. Le nombre $x = -1$ est-t-il solution de cette équation ?
3. Le nombre $x = 2$ est-t-il solution de cette équation ?
4. Le nombre $x = 0$ est-t-il solution de cette équation ?

Méthode

On calcule d'une part la valeur du terme de gauche pour la valeur donnée, puis d'autre part celle du membre de droite et on compare. Ici pour tester si $x = -1$ est solution on écrit (sans oublier les parenthèses) :

D'une part, pour $x = -1$:

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 1 &= \cdots\cdots\cdots\cdots \\ &= \cdots\cdots\cdots\cdots \\ &= \cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

D'autre part, pour $x = -1$:

$$\begin{aligned} (x+1)(1-4x) &= \cdots\cdots\cdots\cdots \\ &= \cdots\cdots\cdots\cdots \\ &= \cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

Donc ....

Partie II. Applications du cours et techniques algébriques

Exercice 2. Équations du premier degré : niveau 1 (c)

Résoudre les équations suivantes :

1. $1 - 4x = 2$;
2. $5 = 3x + 1$;
3. $2x + 1 = 5x - 7$;
4. $x + \dfrac{1}{2} = 2$;
5. $-5x + 1 = 7$
6. $-2x + 1 = \dfrac{2}{3}$.

Exercice 3. Application EQUATIONS GAME de votre ipad

Essayer de résoudre les équations via l'Application EQUATIONS GAME de votre ipad et noter votre score et votre niveau.
Pour passer à la suite il faut atteindre le niveau 3 ...
Bonus tous les 5 niveaux !

Exercice 4. Équations du premier degré : niveau 2 (c)

Résoudre les équations suivantes :

1. $7x = 1 - 4x$;
2. $\dfrac{2x+1}{2} = \dfrac{1}{2}$;
3. $x^2 + 2x + 1 = x^2$;
4. $\dfrac{x}{5} = \dfrac{2}{3}$;
5. $\dfrac{5}{x} = \dfrac{2}{3}$;
6. $\dfrac{x}{2} - 3 = \dfrac{2x+1}{2}$;
7. $\dfrac{x}{3} - 1 = \dfrac{x}{2} - \dfrac{2}{3}$;
8. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{7}{3}$;

Exercice 5. Kwyk

Faire le TD Kwyk (TD 12 : équations) pour vous préparer au test Kwyk.

Partie III. Les équations au brevet et d'ailleurs

Exercice 6. SAT

Question 1 (SAT - Practice test 1 - section 3 - Q1)

If $\dfrac{x-1}{3} = k$ and $k = 3$, what is the value of x ?

a. 2 **b.** 4 **c.** 9 **d.** 10

Exercice 7. D'après Brevet Métropole Septembre 2017 (c)

Pour chaque affirmation, dire en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

Affirmation 1 :

Programme de calcul A
Choisir un nombre
Ajouter 3
Multiplier le résultat par 2
Soustraire le double du nombre de départ

Le résultat du programme de calcul A est toujours égal à 6.

Affirmation 2 : Le résultat du calcul $\dfrac{7}{5} - \dfrac{4}{5} \times \dfrac{1}{3}$ est égal à $\dfrac{1}{5}$.

Affirmation 3 : La solution de l'équation $4x - 5 = x + 1$ est une solution de l'équation $x^2 - 2x = 0$.

Affirmation 4 : Pour tous les nombres entiers n compris entre 2 et 9, $2^n - 1$ est un nombre premier.

Exercice 8. QCM d'après Brevet

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Question 2

Une solution de l'équation $2x + 3 = 7x - 4$ est :

a. $\dfrac{5}{7}$ **b.** $1,4$ **c.** $-0,7$

Question 3

Une solution de l'équation $5x + 12 = 3$ est :

a. $1,8$ **b.** 3 **c.** $-1,8$

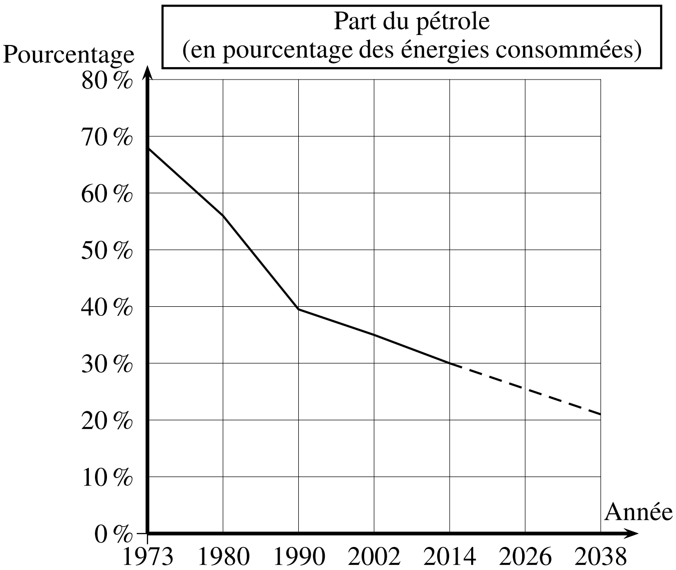
Exercice 9. D'après Brevet 2017 : Polynésie 14 septembre 2017 (c)

La figure ci-après est la copie d'écran d'un programme réalisé avec le logiciel « Scratch ».

1. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ, alors le programme renvoie -5.
2. Que renvoie le programme si on choisit au départ :
   2. a. le nombre 5 ?
   2. b. le nombre -4 ?
3. Déterminer les nombres qu'il faut choisir au départ pour que le programme renvoie 0.

Exercice 10. Amérique Sud novembre 2017

On peut observer l'évolution de la part du pétrole au fil des années à partir d'une représentation graphique comme celle proposée ci-dessous.



Les pointillés indiquent que l'on suppose que la baisse de la part du pétrole va se poursuivre sur le rythme observé depuis 2002. En suivant cette supposition, on peut modéliser la part du pétrole (exprimée en pourcentage) en fonction de l'année a par la fonction P, définie ainsi :

$$P(a) = \frac{-17}{48}a + 743,5.$$

1. Écrire le calcul permettant de vérifier que $P(1990) \approx 38,7$.
2. D'après ce modèle, à partir de quelle année la part du pétrole sera-t-elle nulle ?

Exercice 11. D'après Brevet

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier vos réponses.

Affirmation 1 : La solution de l'équation $5x + 4 = 2x + 17$ est un nombre entier.

Exercice 12. D'après Brevet 2017 : Amérique du Sud 30 novembre 2017

Léa choisit un nombre, le multiplie par 6 puis ajoute 5.
Julie choisit le même nombre, lui ajoute 8, multiplie le résultat par le nombre de départ, puis soustrait le carré du nombre de départ.

1. Léa et Julie choisissent au départ le nombre -3.

1. a. Quel résultat obtient Léo ?

1. b. Quel résultat obtient Julie ?

2. Quel nombre positif doivent-ils choisir au départ pour obtenir le même résultat ?

Partie IV. Correction

Correction de l'exercice 1 page 1

Soit (E_1) l'équation :

$$x^2 + 2x + 1 = (x+1)(1-4x)$$

Méthode

On calcule d'une part la valeur du terme de gauche pour la valeur donnée (sans oublier les parenthèses), puis d'autre part celle du membre de droite (sans oublier les parenthèses) et on compare .

1. Le nombre $x = 1$ est-t-il solution de cette équation ?

Correction

D'une part, pour $x = 1$:

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 1 &= 1^2 + 2 \times 1 + 1 \\ &= 1 + 2 + 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

D'autre part, pour $x = 1$:

$$\begin{aligned} (x+1)(1-4x) &= (1+1)\big(1 - 4 \times 1\big) \\ &= (2) \times (1-4) \\ &= (2) \times (-3) \\ &= -6 \end{aligned}$$

Les valeurs sont différentes, $x = 1$ n'est donc pas une solution de cette équation.

2. Le nombre $x = -1$ est-t-il solution de cette équation ?

Correction

D'une part, pour $x = -1$:

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 1 &= (-1)^2 + 2 \times (-1) + 1 \\ &= 1 - 2 + 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

D'autre part, pour $x = -1$:

$$\begin{aligned} (x+1)(1-4x) &= (-1+1)\big(1 - 4 \times (-1)\big) \\ &= 0 \times (1+4) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Donc les valeurs sont égales, $x = -1$ est une solution de cette équation.

3. Le nombre $x = 2$ est-t-il solution de cette équation ?

Correction

D'une part, pour $x = 2$:

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 1 &= 2^2 + 2 \times 2 + 1 \\ &= 4 + 4 + 1 \\ &= 9 \end{aligned}$$

D'autre part, pour $x = 2$:

$$\begin{aligned} (x+1)(1-4x) &= (2+1)\big(1 - 4 \times 2\big) \\ &= (3) \times (1-8) \\ &= (3) \times (-7) \\ &= -21 \end{aligned}$$

Les valeurs sont différentes, $x = 2$ n'est donc pas une solution de cette équation.

4. Le nombre $x = 0$ est-t-il solution de cette équation ?

Correction

D'une part, pour $x = 0$:

$$\begin{aligned} x^2+2x+1 &= (0)^2+2\times(0)+1 \\ &= 0+0+1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

D'autre part, pour $x = 0$:

$$\begin{aligned} (x+1)(1-4x) &= (0+1)\Big(1-4\times 0\Big) \\ &= 1\times 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Donc les valeurs sont égales, $x = 0$ est une solution de cette équation.

Correction de l'exercice 2 page 1

Résoudre les équations suivantes :

1. $1-4x = 2$;

Correction

$$\begin{aligned} 1-4x &= 2 \\ -4x &= 2-1 \\ -4x &= 1 \\ \frac{-4x}{-4} &= \frac{1}{-4} \\ \boxed{x = -\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x = -\dfrac{1}{4}$.

2. $5 = 3x+1$;

Correction

$$\begin{aligned} 5 &= 3x+1 \\ 5-1 &= 3x \\ 4 &= 3x \\ \boxed{\frac{4}{3} = x} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x = \dfrac{4}{3}$.

3. $2x+1 = 5x-7$;

Correction

$$\begin{aligned}
2x+1 &= 5x-7 \\
2x &= 5x-7-1 \\
2x &= 5x-8 \\
2x-5x &= -8 \\
-3x &= -8 \\
\frac{-3x}{-3} &= \frac{-8}{-3} \\
\Aboxed{x &= \frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}}
\end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x = \dfrac{8}{3}$.

4. $x + \dfrac{1}{2} = 2$;

Correction

$$x + \frac{1}{2} = 2$$

Le plus simple ici est de tout multiplier par 2

$$\begin{aligned}
2 \times \left(x + \frac{1}{2}\right) &= 2 \times 2 \\
2x+1 &= 4 \\
2x &= 4-1 \\
2x &= 3 \\
\frac{2x}{2} &= \frac{3}{2} \\
\Aboxed{x &= \frac{3}{2}}
\end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x = \dfrac{3}{2}$.

5. $-5x + 1 = 7$

Correction

$$\begin{aligned}
-5x+1 &= 7 \\
-5x &= 7-1 \\
-5x &= 6 \\
\frac{-5x}{-5} &= \frac{6}{-5} \\
\Aboxed{x &= -\frac{6}{5}}
\end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x = -\dfrac{6}{5}$.

6. $-2x+1=\dfrac{2}{3}$.

Correction

$$-2x+1=\frac{2}{3}$$

Le plus simple ici est de tout multiplier par 3

$$\begin{aligned}3\times(-2x+1)&=\frac{2}{3}\times 3\\ -6x+3&=2\\ -6x&=2-3\\ -6x&=-1\\ \frac{-6x}{-6}&=\frac{-1}{-6}\\ &\boxed{x=\frac{-1}{-6}=\frac{1}{6}}\end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x=\dfrac{1}{6}$.

Correction de l'exercice 4 page 2

1. $7x=1-4x$;

Correction

$$\begin{aligned}7x&=1-4x\\ 7x+4x&=1\\ 11x&=1\\ \frac{11x}{1}&=\frac{1}{11}\\ &\boxed{x=\frac{1}{11}}\end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x=\dfrac{1}{11}$.

2. $\dfrac{2x+1}{2}=\dfrac{1}{2}$;

Correction

$$\begin{aligned}\frac{2x+1}{2}&=\frac{1}{2}\\ 2\times\left(\frac{2x+1}{2}\right)&=2\times\left(\frac{1}{2}\right)\\ 2x+1&=1\\ 2x&=0\\ &\boxed{x=0}\end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x=0$.

3. $x^2 + 2x + 1 = x^2$;

Correction

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 1 &= x^2 \\ x^2 - x^2 + 2x + 1 &= x^2 - x^2 \\ 2x + 1 &= 0 \\ 2x &= -1 \\ \boxed{x = -\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x = -\frac{1}{2}$.

4. $\frac{x}{5} = \frac{2}{3}$;

Correction

$$\begin{aligned} \frac{x}{5} &= \frac{2}{3} \\ \frac{x}{5} \times 5 &= \frac{2}{3} \times 5 \\ \boxed{x = \frac{10}{3}} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x = \frac{10}{3}$.

5. $\frac{5}{x} = \frac{2}{3}$;

Correction

$$\begin{aligned} \frac{5}{x} &= \frac{2}{3} \\ \frac{5}{x} \times \frac{1}{5} &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} \\ \frac{1}{x} &= \frac{2}{15} \\ \boxed{x = \frac{15}{2}} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $x = \frac{15}{2}$.

6. $\frac{x}{2} - 3 = \frac{2x+1}{2}$;

Correction

$$2 \times \left(\frac{x}{2} - 3\right) = 2 \times \left(\frac{2x+1}{2}\right)$$
$$x - 6 = 2x + 1$$
$$x - 2x = 1 + 6$$
$$-x = 7$$
$$\frac{-x}{-1} = \frac{7}{-1}$$
$$\boxed{x = -7}$$

La solution de l'équation est $x = -7$.

7. $\frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{2} - \frac{2}{3}$;

Correction

$$\frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{2} - \frac{2}{3}$$
$$2 \times \left(\frac{x}{3} - 1\right) = 2 \times \left(\frac{x}{2} - \frac{2}{3}\right)$$
$$\frac{2x}{3} - 2 = x - \frac{4}{3}$$
$$3 \times \left(\frac{2x}{3} - 2\right) = 3 \times \left(x - \frac{4}{3}\right)$$
$$2x - 6 = 3x - 4$$
$$2x - 3x = -4 + 6$$
$$-x = 2$$
$$\frac{-x}{-1} = \frac{2}{-1}$$
$$\boxed{x = -2}$$

La solution de l'équation est $x = -2$.

8. $\frac{x-1}{5} = \frac{7}{3}$;

Correction

$$\frac{x-1}{5} = \frac{7}{3}$$
$$5 \times \left(\frac{x-1}{5}\right) = 5 \times \left(\frac{7}{3}\right)$$
$$x - 1 = \frac{35}{3}$$
$$3 \times (x - 1) = 3 \times \left(\frac{35}{3}\right)$$
$$3x - 3 = 35$$
$$3x = 35 + 3$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{38}{3}$$
$$\boxed{x = \frac{38}{3}}$$

La solution de l'équation est $x = \dfrac{38}{3}$.

Correction de l'exercice 6 page 3

Question 4 (SAT - Practice test 1 - section 3 - Q1)

If $\dfrac{x-1}{3} = k$ and $k = 3$, what is the value of x ?

a. 2 **b.** 4 **c.** 9 **d.** 10

Corrigé

The use of a calculator is NOT permitted in the section 3 of the SAT test

- We can try to solve the equation :

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{3} = k \\ k = 3 \end{cases} \Longrightarrow \dfrac{x-1}{3} = 3 \iff x - 1 = 9 \iff x = 10$$

- Or we can try the different values of x
  - If $x = 2$, then $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{2-1}{3} = \dfrac{1}{3} \neq 3$;
  - If $x = 4$, then $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{4-1}{3} = 1 \neq 3$;
  - If $x = 10$, then $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{10-1}{3} = 3$ ✓ ;

So the correct answer is d. 10

Correction de l'exercice 7 - D'après Brevet métropole 2017 sept

Affirmation 1 :

Programme de calcul A
Choisir un nombre
Ajouter 3
Multiplier le résultat par 2
Soustraire le double du nombre de départ

- 0 donne 3 puis 6 puis 6
- 1 donne 4 puis 8 et enfin 6.
- n donne $n+3$ puis $2n+6$ et enfin $2n+6-2n=6$. L'affirmation est vraie quel que soit le nombre n.

Affirmation 2 : Le résultat du calcul $\boldsymbol{\frac{7}{5}-\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}}$ est égal à $\boldsymbol{\frac{1}{5}}$

$$\begin{aligned}\frac{7}{5}-\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}&=\frac{7}{5}-\frac{4}{15}\\&=\frac{21}{15}-\frac{4}{15}\\&=\frac{17}{15}\end{aligned}$$

L'affirmation est fausse.

Affirmation 3 : La solution de l'équation $\boldsymbol{4x-5=x+1}$ est une solution de l'équation $\boldsymbol{x^2-2x=0}$.

- On va résoudre la première équation :

$$\begin{aligned}4x-5=x+1&\iff 4x-x=1+5\\&\iff 3x=6\\&\iff x=2\end{aligned}$$

- Or pour $x=2$ on a
$$x^2-2x=2^2-2\times 2=0$$
Donc 2 est une solution de l'équation $x^2-2x=0$. L'affirmation est vraie.

Affirmation 4 : Pour tous les nombres entiers $\boldsymbol{n}$ compris entre 2 et 9, $\boldsymbol{2^n-1}$ est un nombre premier.

- $2^3-1=7$ qui est premier ;
- $2^4-1=15$ qui est divisible par 3 et par 5 : il n'est pas premier. L'affirmation est fausse.

Correction de l'exercice 9 page 4- D'après Brevet Polynésie 2017

1. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ, alors le programme renvoie -5.

Correction

Avec $x = 2$

$$y = x^2 - 9 = 4 - 9 = -5$$

2. Que renvoie le programme si on choisit au départ :

2. a. le nombre 5 ?

Correction

si $x = 5$

$$y = 5^2 - 9 = 25 - 9 = 16$$

2. b. le nombre -4 ?

Correction

si $x = -4$

$$y = (-4)^2 - 9 = 16 - 9 = 7$$

3. Déterminer les nombres qu'il faut choisir au départ pour que le programme renvoie 0.

Correction

Il faut que $y = x^2 - 9 = 0$, soit

$$x^2 = 9$$

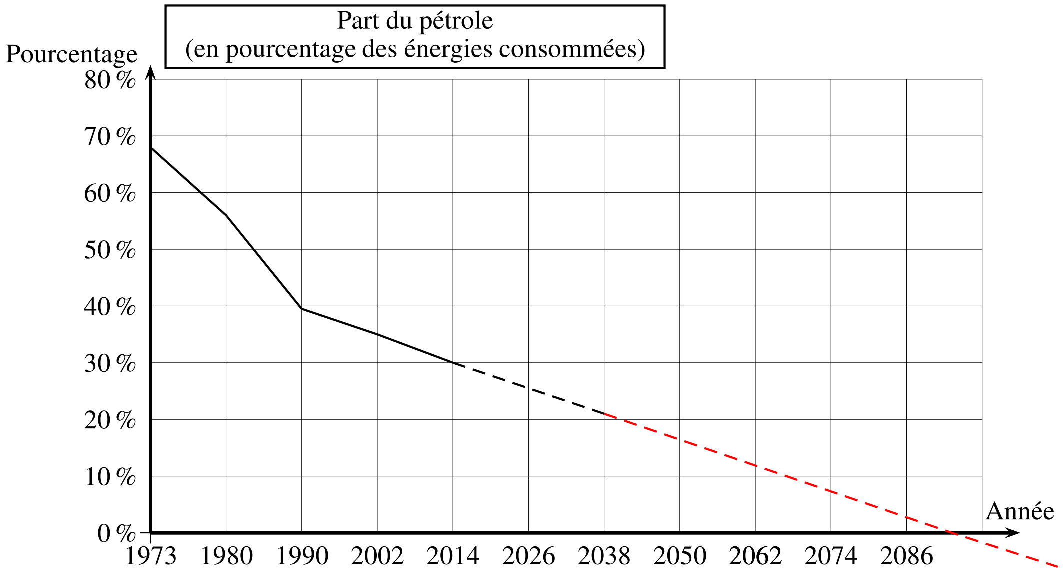
On peut facilement voir que cette équation du second degré admet 2 solution qui sont $x = 3$ et $x = -3$ puisque

$$3^2 = 9 \quad \text{et} \quad (-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

Conclusion : Pour obtenir 0 à la fin du programme on peut choisir au départ -3 ou 3.

Correction de l'exercice 10 page 4 - D'après Brevet Am. Sud nov. 2017

On peut observer l'évolution de la part du pétrole au fil des années à partir d'une représentation graphique comme celle proposée ci-dessous.
Les pointillés indiquent que l'on suppose que la baisse de la part du pétrole va se poursuivre sur le rythme observé depuis 2002.
On peut donc prolonger les pointillés.



En suivant cette supposition, on peut modéliser la part du pétrole (exprimée en pourcentage) en fonction de l'année a par la fonction P, définie ainsi :

$$P(a) = \frac{-17}{48}a + 743,5.$$

1. $P(1990) = \frac{-17}{48} \times 1990 + 743,5 \approx 38,7.$

2. • **Par essais successifs**, on effectue plusieurs calculs :

$P(2090) = \frac{-17}{48} \times 2090 + 743,5 \approx 3,3$

$P(2099) = \frac{-17}{48} \times 2099 + 743,5 \approx 0,1$

$P(2100) = \frac{-17}{48} \times 2100 + 743,5 \approx -0,25$

• **Par mise en équation**, la part du pétrole est nulle se traduit par :

$$\begin{aligned}\frac{-17}{48} \times a + 743,5 = 0 &\iff \frac{-17}{48} \times a = -743,5\\ &\iff a = -743,5 \div \frac{-17}{48}\\ &\iff a = -743,5 \times \frac{48}{-17}\end{aligned}$$

Soit

$$\boxed{a \approx 2099,3}$$