Math93.com

Distances - Cercles - Triangles

Sixième

I. Le cercle (*Circle*)

I.1 Définition

Définition 1 (Cercle et rayon (*Circle and Radius*))

Un cercle $\mathscr{C}$ de centre O est formé de tous les points du plan situé à une même distance du point O.
La distance entre un point du cercle et le centre se nomme rayon du cercle (*radius of the circle*).

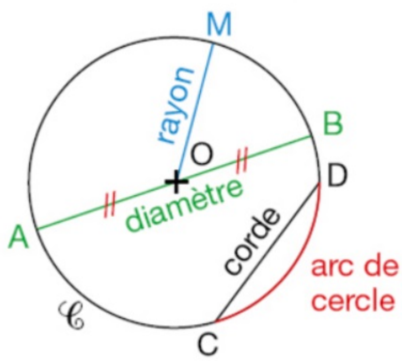
Notation du lycée : en notant P le plan, le cercle de centre O et de rayon $r > 0$ se note :

$$\boxed{\mathscr{C}\left(O\ ;\ r\right) = \{M \in P\ ;\ OM = r\}}$$

Remarque
Un rayon du cercle est aussi le segment d'extrémité, un point du cercle et le centre.
Il y a une claire ambiguïté entre ses deux définitions.

I.2 Vocabulaire sur le cercle

Dans cette figure, on a tracé un le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon OM, la mesure du segment $[OM]$.
Les points A, B, C et D appartiennent au cercle $\mathscr{C}$.



1. Rayon (*Radius*) :
   Le rayon du cercle $\mathscr{C}$ est la longueur OM.
   Le segment $[OM]$ est aussi appelé rayon du cercle $\mathscr{C}$.
2. Corde (*Chord*) :
   Une corde est un segment dont les extrémités sont 2 points du cercle.
   Le segment $[CD]$ est une corde du cercle $\mathscr{C}$.
3. Diamètre (*Diameter*) :
   Un diamètre du cercle est une corde passant par le centre du cercle.
   C'est la plus grande corde du cercle.
   Le segment $[AB]$ est une corde du cercle $\mathscr{C}$.
   La mesure du diamètre est le double de celle du rayon.
4. Arc de cercle (*Arc*) :

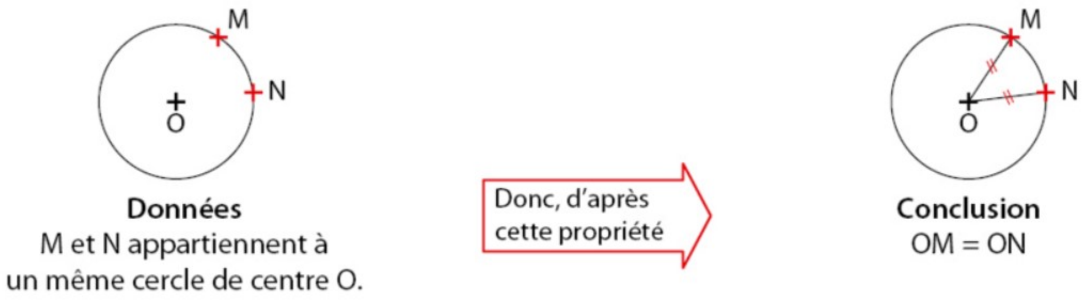
   L'arc $\overset{\frown}{CD}$ est constitué de tous les points du cercle compris entre les deux points C et D. Il y a donc deux arc $\overset{\frown}{CD}$ possibles et il faut souvent préciser celui que l'on considère (le grand ou le petit si on peut les distinguer).

   On pourra par exemple ici dire que l'arc $\overset{\frown}{CD}$ considéré (en rouge) est celui ne passant pas par le point A.

I.3 Propriétés

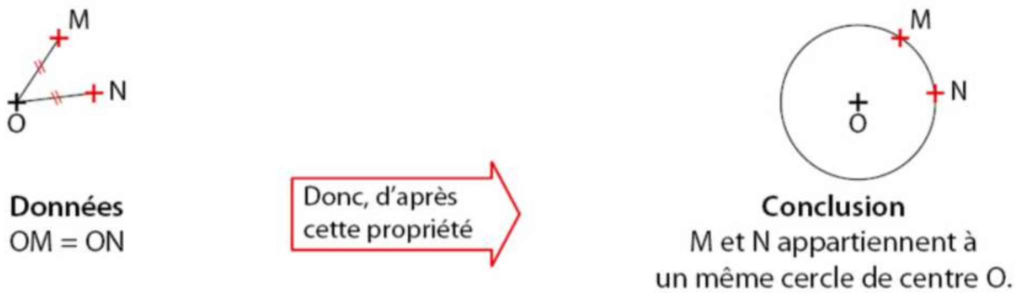
Propriété 1

Si deux points sont sur le même cercle,
Alors ils sont à la même distance du centre du cercle.



Propriété 2 (Réciproque)

Si deux points sont à la même distance r d'un point O,
Alors ils appartiennent au même cercle de centre O et de rayon r.



I.4 La longueur d'un cercle

Définition 2 (Longueur ou périmètre d'un cercle)

La longueur d'un cercle ou périmètre d'un cercle peut être définie comme celle d'un fil que l'on entourerait autour du cercle.

Définition 3 (Le nombre π)

Les mathématiciens on remarqué que le quotient de la longueur d'un cercle par son diamètre donnait toujours le même nombre proche de 3.
Ils nommèrent ce nombre par la lettre grecque π soit p pour périmètre.

$$\boxed{\pi = \frac{\text{périmètre d'un cercle}}{\text{Diamètre de ce cercle}}}$$

Remarque

Une approximation de π est :

$$\pi \approx 3,14159\cdots$$

En mars 2022, le record de calcul des décimales de pi a été battu avec plus de 100 000 milliards de décimales.
Il y a plus de 4 000 ans, les babyloniens et égyptiens connaissaient déjà 1 décimale de pi.

Propriété 3

Le périmètre P d'un cercle est donc donné par la formule :

$$\boxed{P = \text{Diamètre} \times \pi} \quad \text{ou} \quad \boxed{P = 2 \times \text{Rayon} \times \pi}$$

Exemple

Donner la valeur exacte puis une valeur approchée au centième du périmètre d'un cercle de rayon 3 cm.

- Valeur exacte :

$$\boxed{P = 2 \times 3 \times \pi = 6\pi \text{ cm}}$$

- UNE valeur approchée au centième :

$$P = 6\pi \approx 6 \times 3,14159 \text{ soit } P \approx \underline{18,84}954$$

Donc une valeur approchée au centième du périmètre est :

$$\boxed{P \approx 18,85 \text{ cm}}$$

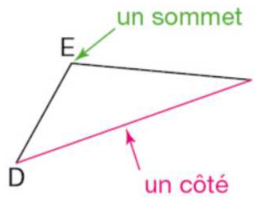
II. Triangles et distances

II.1 Définition d'un triangle

Définition 4

Un triangle est un polygone ayant 3 trois côtés.

• **Vocabulaire.** Pour ce triangle DEF :
– les points D, E et F sont les **sommets** ;
– les segments [DE], [DF] et [EF] sont les **côtés**.

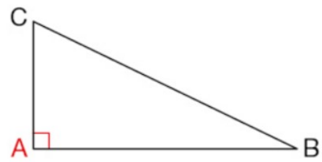


II.2 Définition d'un triangle rectangle

Définition 5

Un triangle rectangle est un triangle ayant un angle droit.

• **Vocabulaire.** On dit que ce triangle ABC est rectangle **en A**.
L'angle de sommet A est **droit**.

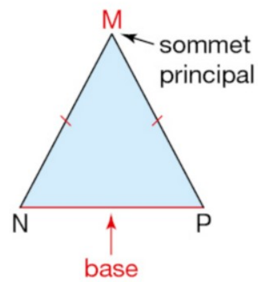


II.3 Définition d'un triangle isocèle

Définition 6

Un triangle isocèle est un triangle ayant deux côtés de même longueur.

• **Vocabulaire.** On dit que ce triangle MNP est isocèle **en M**.
Le point M est son **sommet principal**.
Le côté [NP] est sa **base**.



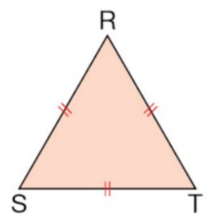
II.4 Définition d'un triangle équilatéral

Définition 7

Un triangle équilatéral est un triangle ayant ses 3 côtés de même longueur.

Exemple

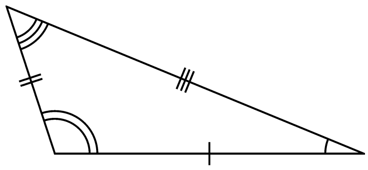
Le triangle RST est équilatéral.
En particulier, il est isocèle en R, mais il est aussi isocèle en S et isocèle en T.



II.5 Définition d'un triangle quelconque ou scalène (*scalene*)

Définition 8

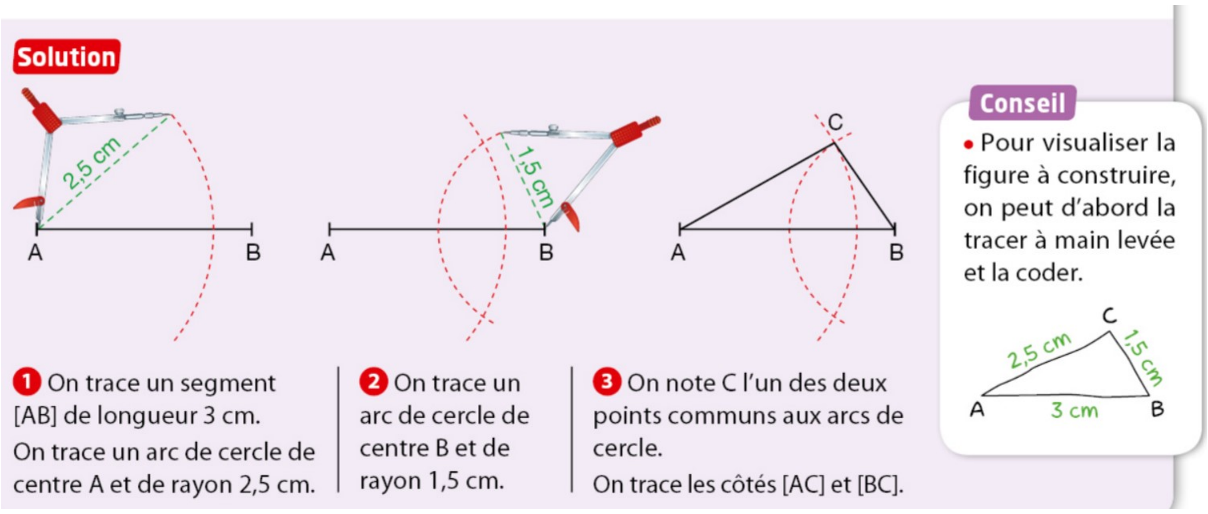
Un triangle quelconque ou scalène est un triangle qui, a priori, n'est ni rectangle, ni isocèle, ni équilatéral.



II.6 Construction d'un triangle connaissant 3 côtés

Construire le triangle ABC tel que :

$$AB = 3 \text{ cm} \,;\ BC = 1,5 \text{ cm} \text{ et } AC = 2,5 \text{ cm}$$



II.7 Périmètre d'un triangle

Définition 9

Le périmètre d'un triangle est la somme des longueurs de ses trois côtés.
Il n'y a pas de formule spécifique.

Exemple

Le périmètre du triangle ABC précédent tel que

$$AB = 3 \text{ cm} \,;\ BC = 1,5 \text{ cm} \text{ et } AC = 2,5 \text{ cm}$$

est donc :

$$p = AB + BC + AC = 3 + 1,5 + 2,5 = \underline{7 \text{ cm}}$$

Exercice 1

Le périmètre d'un triangle équilatéral est de 9,3 cm, calculer la longueur de ses côtés.

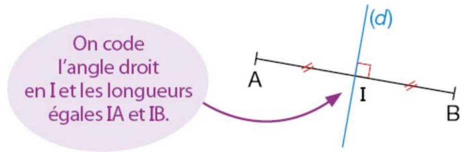
III. Droite médiatrice d'un segment (*Perpendicular bisector of a line segment*)

III.1 Rappel de la définition

Définition 10

La médiatrice d'un segment est la droite qui :

- est perpendiculaire à ce segment ;
- coupe ce segment en son milieu.



III.2 Propriétés

Propriété 4

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment,
Alors il est équidistant aux extrémité de ce segment.
équidistant = à la même distance de

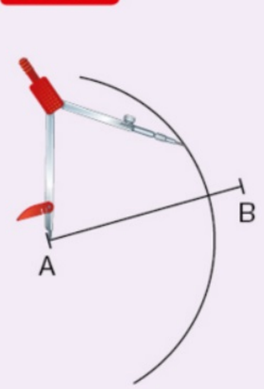
Propriété 5 (réciproque)

Si un point appartient est équidistant aux extrémité d'un segment.
Alors il appartient à la médiatrice de ce segment.
équidistant = à la même distance de

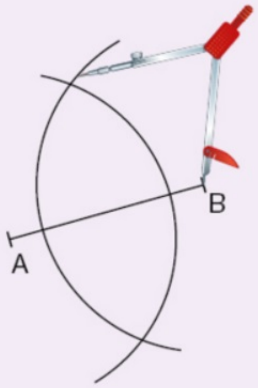
III.3 Application : construction de la médiatrice avec un compas

Construire la médiatrice de ce segment [AB] à la règle et au compas.

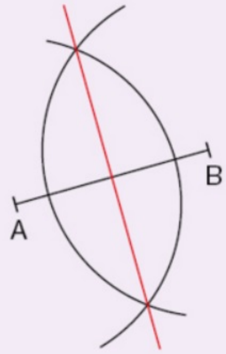
Solution



❶ On trace un arc de cercle de centre A et de rayon **plus grand que la moitié** de la longueur AB.



❷ **Sans changer l'écartement du compas**, on trace un arc de cercle de même rayon et de centre B.



❸ Les points communs aux deux arcs sont à égale distance de A et de B.
La médiatrice de [AB] est donc la droite passant par ces deux points.

Conseils

- On choisit un écartement plus grand que la moitié de la longueur AB pour que les deux arcs tracés aux ❶ et ❷ se coupent.

↫ **Fin du cours** ↬