Math93.com

Opérations : Divisions et Opérations sur les durées

Sixième

I. Division Euclidienne et critères de divisibilité

I.1 Division Euclidienne

Définition 1 (Les entiers naturels)

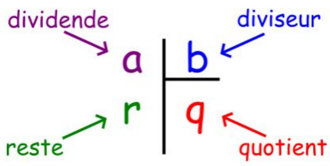
Un nombre **entier naturel** est un nombre (positif) qui peut s'écrire sans virgule.
L'ensemble des entiers naturels est noté $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0\,;\,1\,;\,2\,;\,3\cdots\}$$

Définition 2 (Division Euclidienne)

Effectuer une **division euclidienne** d'un entier a par un entier b non nul ($b \neq 0$), c'est trouver deux nombres entiers, le quotient q et le reste r , tels que :

$$\boxed{a = b \times q + r} \text{ , avec } \quad \underline{0 \leqslant r < b}.$$



Exemple

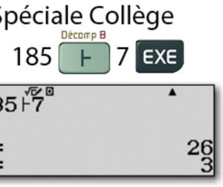
$$\begin{array}{r|l} 185 & 7 \\ \cline{2-2} -14 & 26 \\ \hline 45 & \\ -42 & \\ \hline 3 & \end{array} \quad \Longrightarrow \quad 185 = 7 \times 26 + 3$$

Dans la division euclidienne de a par b, on a :

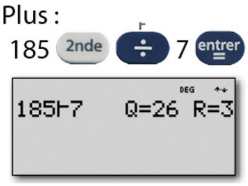
$$\begin{cases} \text{quotient : } q = 26 \\ \text{reste : } r = 3 < 7 \end{cases}$$

Avec la calculatrice

- Casio fx−92 Spéciale Collège



- TI-Collège Plus :



I.2 Multiples et diviseurs

Définition 3 (Multiple et diviseur)

Soit a et b deux entiers naturels, ce qui s'écrit $a \in \mathbb{N}$ et $a \in \mathbb{N}$.

- Un nombre entier ***a* est un multiple** de b non nul lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est 0.
- On dit que ***b* est un diviseur de *a*** ou que a est divisible par b.
- L'entier relatif b divise l'entier relatif a si et seulement si il existe donc un entier q tel que :

$$\boxed{a = b \times q}$$

Exemple

L'entier $a = 15$ est un multiple de $b = 3$ car $15 = 3 \times 5$. Les entiers 3 et 5 sont donc des diviseurs de 15.

I.3 Critères de divisibilité

Propriété 1 (Critères de divisibilité)

- Un entier est **divisible par 2** quand il est pair donc quand son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un entier est **divisible par 3** quand la somme de ses chiffres est divisible par 3.
  Par exemple 114 est divisible par 3 car $1+1+4=6$ et 6 est divisible par 3.
- Un entier est **divisible par 4** quand le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- Un entier est **divisible par 5** quand son chiffre des unités est 0 ou 5.
  Par exemple 110 est divisible par 5.
- Un entier est **divisible par 9** quand la somme de ses chiffres est divisible par 9.
  Par exemple 494 est divisible par 9 car $4+9+5=18$ et 18 est divisible par 9.
- Un entier est **divisible par 10** quand son chiffre des unités est 0.
  Par exemple 110 est divisible par 10.

I.4 Entiers pairs et impairs

Propriété 2 (Entier pair et impair)

Soit $a \in \mathbb{N}$. L'entier a est un nombre :

- L'entier a est <u>pair</u> quand le reste de la division euclidienne de a par 2 est 0 donc lorsqu'il existe $q \in \mathbb{N}$ tel que :

$$a = 2 \times q$$

- L'entier a est <u>impair</u> quand le reste de la division euclidienne de a par 2 est 1 donc lorsqu'il existe $q \in \mathbb{N}$ tel que :

$$a = 2 \times q + 1$$

Exemple

- Par exemple 10 est pair car il existe un entier $q = 5 \in \mathbb{N}$ tel que :

$$10 = 2 \times 5$$

- Par exemple 31 est pair car il existe un entier $q = 15 \in \mathbb{N}$ tel que :

$$31 = 2 \times 15 + 1$$

II. Division Décimale

II.1 Définition

Définition 4

Soit a un nombre décimal et b un nombre entier non nul.
Effectuer la <u>division décimale</u> de a par b, c'est trouver le nombre manquant dans l'égalité (ou la solution de l'équation) :

$$b \times ? = a$$

Ce nombre manquant s'appelle le <u>quotient</u> de a par b et s'écrit $q = \frac{a}{b}$ ou $a \div b$.
On a donc :

$$b \times \boxed{\frac{a}{b}} = a$$

Définition 5

Définition ▲ désigne un nombre décimal et ■ un nombre entier différent de 0.
Effectuer la **division décimale** de ▲ par ■ c'est trouver **le nombre appelé quotient par lequel multiplier ■ pour obtenir ▲** :

dividende ▲ = quotient × ■ diviseur   dividende quotient = ▲ : ■ diviseur

II.2 Exemples

Exemple

Exemple 1

Division décimale de 9,2 par 4.

Calcul posé

Avec la calculatrice

- Casio *fx*-92 Spéciale Collège :

9,2 ÷ 4 EXE

- TI-Collège Plus :

9,2 ÷ 4 entrer

Le quotient de 9,2 par 4 est le nombre décimal 2,3.
Ainsi : $9{,}2 = 2{,}3 \times 4$ c'est-à-dire $9{,}2 : 4 = 2{,}3$.

Exemple

Exemple 2

Division décimale de 8 par 3. Cette division ne se termine jamais.
Le quotient de 8 par 3 **n'est pas** un nombre décimal.
Dans ce cas, on peut donner une valeur approchée du quotient :

- 8 : 3 ≈ 2,6 (au dixième près),
- 8 : 3 ≈ 2,66 (au centième près).

8			3	
− 6			2,6 6	
2	0			
− 1	8			
	2	0		
	− 1	8		
		2		

II.3 Exemples en Vidéo

1. Division de 45 par 8 : https://vu.fr/MxKb
2. Division de 32,12 par 4 : https://vu.fr/KULqZ
3. Division de 23 par 11 : https://urlr.me/V7TDF
4. Division de 5 par 16 : https://urlr.me/RN9q7

II.4 Division par 10, 100, 1000

Propriété 3

Quand on divise un nombre décimal :

1. par 10, le chiffre des unités devient celui des dixièmes ;
2. par 100, le chiffre des unités devient celui des centièmes ;
3. par 1000, le chiffre des unités devient celui des millièmes.

Exemple

Exemples

- 5,7 : 10 = 0,57
- 48 : 100 = 0,48
- 12,5 : 1 000 = 0,0125

Remarque

1. Diviser un nombre par 10, 100 ou 1000 revient à le multiplier par 0,1, par 0,01 ou par 0,001.
2. Par exemple :

$$5,7 \div 10 = 0,57 = 5,7 \times 0,1$$

III. Durées

III.1 Définition

Définition 6

La mesure du temps entre 2 instants s'appelle la durée.
L'unité de temps peut être la seconde (s), la minute (min) ou l'heure (h).

III.2 Unités de durée

Multiples de l'unité			Unité	Sous-multiples de l'unité		
jour	heure	minute	seconde	dixième de seconde	centième de seconde	millième de seconde
1 j =24 h	1 h = 60 min	1 min = 60 s	1 s	0,1 s	0,01 s	0,001 s

- 1 semaine = 7 jours
- 1 mois = 28 ou 29 ou 30 ou 31 jours
- 1 an = 365 ou 366 jours
- 1 siècle = 100 ans
- 1 millénaire = 1 000 ans = 10 siècles

Utilisation de la division euclidienne

Pour convertir 754 minutes en heures par exemple on effectue la division euclidienne de 754 par 60 .

$$\begin{array}{r|l} 754 & 60 \\ \cline{2-2} -\ 60 & 12 \\ \cline{1-1} 154 & \\ -\ 120 & \\ \cline{1-1} 34 & \end{array} \Longrightarrow 754 = 60 \times 12 + 34$$

Donc 754 minutes = 12h 34 min.

III.3 Calculer avec des durées

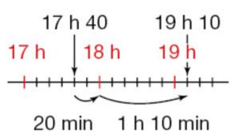
Exemple 1 : On connait l'instant initial et l'instant final

Exemple

Une séance de cinéma commence à 17 h 40 et se termine à 19 h 10. Sa durée est :

20 min + 1 h 10 min = 1 h 30 min

Cette séance a donc duré 1 h 30 min.



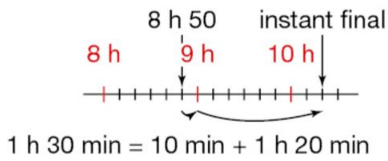
Exemple 2 : On connait l'instant initial et la durée

Exemple

Un cours d'une durée de 1 h 30 min commence à 8 h 50.

8 h 50 min + 10 min + 1 h 20 min = 9 h + 1 h 20 min

Ce cours se termine donc à 10 h 20.



Exemple 3 : On connait l'instant final et la durée

Exemple

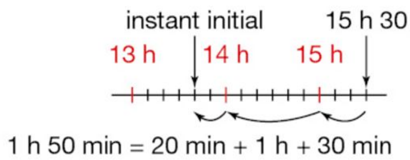
Un train est arrivé à 15 h 30, le voyage a duré 1 h 50 min.

15 h 30 min – 30 min = 15 h,

15 h – 1 h = 14 h

et 14 h – 20 min = 13 h 40 min.

Ce train est parti à 13 h 40.



Fin du cours