



### I. Le pavé droit ou parallélépipède rectangle (*Rectangular cuboid*)

#### I.1 Définition et description

##### Définition 1

Un pavé droit ou parallélépipède rectangle (*Rectangular cuboid*) est un solide de l'espace dont les 6 faces sont des rectangles.

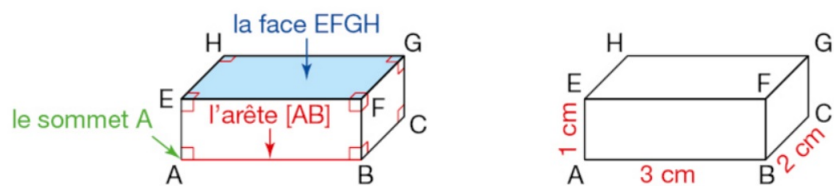
##### Propriété 1

1. Un pavé droit a 8 sommets et 12 arêtes.
2. Un pavé droit a 3 dimensions, une longueur, une largeur et une hauteur.



##### Exemple

On a ici représenté le parallélépipède rectangle ABCDEFGH.



##### Définition 2 (Le cube (*a Cube*))

Un cube est un parallélépipède rectangle particulier dont les 6 faces sont des carrés.

#### I.2 Perspective cavalière (Oblique projection) d'un pavé droit

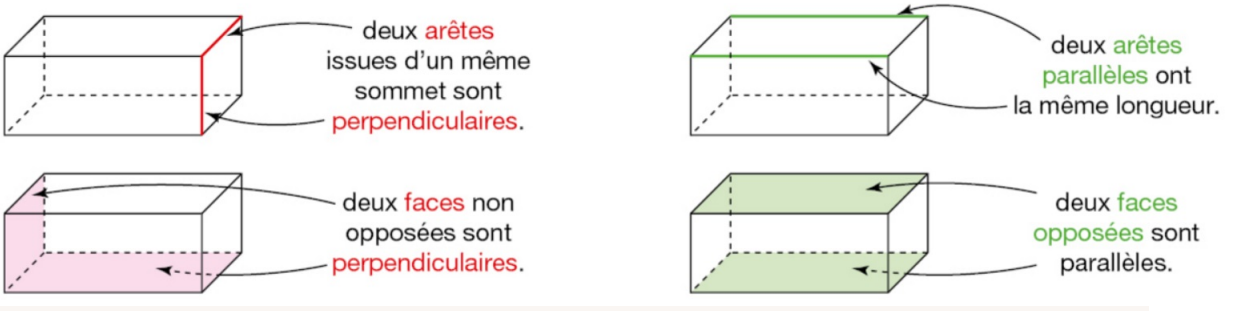
##### Définition 3 (Perspective Cavalière (Oblique projection))

La perspective cavalière (Oblique projection) est une technique de représentation, sur un support en deux dimensions, d'objets qui existent en volume (trois dimensions). Elle ne comporte pas de point de fuite : la taille des objets ne diminue pas lorsqu'ils s'éloignent.

On représente les parties cachées en respectant plusieurs règles :

1. Règle 1 : les arêtes parallèles du solides sont représentées par des segments parallèles ;
2. Règle 2 : les faces qu'un observateur a face à lui sont représentées en vraie grandeur mais les arêtes qui relient ces faces sont réduites ;
3. Règle 3 : Les arêtes qu'un observateur ne voit pas sont représentées en pointillée.

**Exemple**



### I.3 Patron d'un pavé droit (*Nets of Rectangular Cuboids*)

#### I.3.1 Les patrons du pavé droit

**Définition 4 (Patron (Net))**

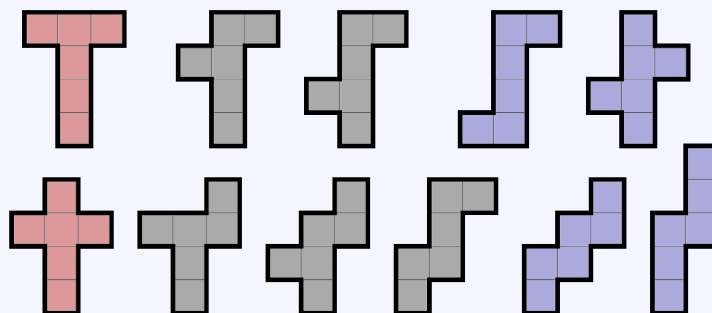
Le patron (*Net en anglais*) d'un pavé droit (ou d'un polyèdre en général) est une figure géométrique plane en un seul morceau qui permet de reconstituer le pavé droit après plusieurs pliages (au niveau de certaines arêtes, les autres apparaissant par jonction des bords du patron).

**Exemple**  
Voici 2 patrons d'un pavé droit.



**Propriété 2**

Il existe 11 patrons différents d'un même pavé droit.



#### I.3.2 Animations Géogébra : les 11 patrons du pavé droit

<https://www.geogebra.org/m/eVaPmuaN>

## II. Autres Solides (*Solids*) et polyèdres (*Polyhedrons*)

### Définition 5 (Solides (*Solids*) et polyèdres (*Polyhedrons*))

1. En géométrie dans l'espace, on définit en général le solide comme l'ensemble des points situés à l'intérieur d'une partie fermée de l'espace.  
Pour Euclide : « *est solide ce qui possède longueur et largeur et profondeur, et la limite d'un solide est une surface* »
2. Un polyèdre est un solide particulier ayant des faces planes polygonales qui se rencontrent selon des segments de droite qu'on appelle arêtes.

### II.1 Prisme droit (*A right prism*)

#### Définition 6

Un prisme droit est un polyèdre qui a :

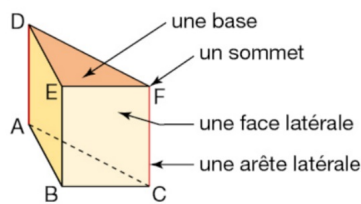
1. 2 bases : Deux polygones superposables pour faces parallèles;
2. Des faces latérales qui sont des rectangles.



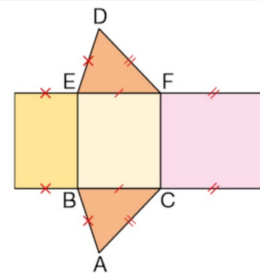
#### Exemple

##### Prisme droit à base triangulaire

- Perspective cavalière



- Un patron



### II.2 Pyramide régulière (*A regular pyramid*)

#### Définition 7

Une pyramide régulière est un polyèdre qui a :

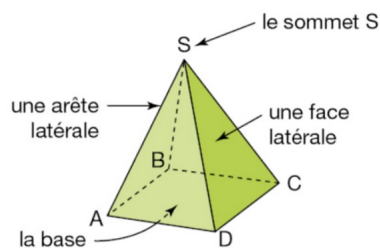
1. 1 base : un polygone régulier (triangle équilatéral, carré, ...);
2. Des faces latérales qui sont des triangles isocèles (éventuellement équilatéraux).



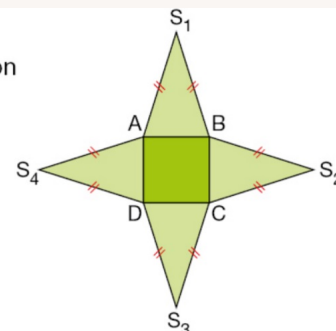
#### Exemple

##### Pyramide régulière à base carrée

- Perspective cavalière



- Un patron



### II.3 Des solides qui ne sont pas des polyèdres

Il existe des solides qui ne sont pas des polyèdres, comme par exemple la boule, le cylindre ou le cône.



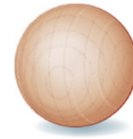
#### Exemple



Un cylindre



Un cône



Une boule

## III. Volumes

### III.1 Unités de volume

#### Définition 8

1. Les unités de volume sont, comme leur nom l'indique, des unités permettant d'exprimer la grandeur d'un volume. On parle de contenance lorsqu'il s'agit d'un volume de liquide contenu dans un objet.
2. L'unité internationale de volume est le mètre cube, noté  $m^3$ .

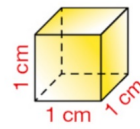


#### Exemple



On utilise aussi d'autres unités de volume, en particulier :

- le **décimètre cube** ( $dm^3$ ) est le volume d'un cube de 1 dm d'arête ;
- le **centimètre cube** ( $cm^3$ ) est le volume d'un cube de 1 cm d'arête ;
- le **millimètre cube** ( $mm^3$ ) est le volume d'un cube de 1 mm d'arête.



### III.2 Volume du pavé droit



#### Exemple



On remplit entièrement le pavé droit ci-contre de cubes de 1 cm d'arête.

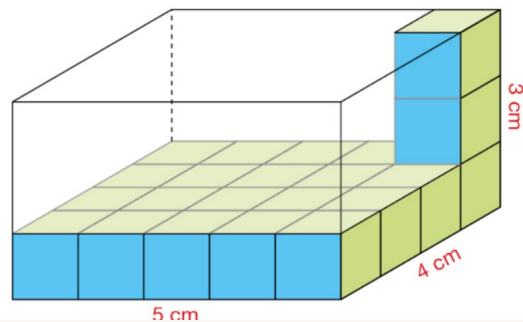
Au fond du pavé, on dispose 5 rangées de 4 petits cubes.

$5 \times 4 = 20$ , il y a donc 20 petits cubes au fond du pavé droit.

Dans le pavé droit, 3 de ces couches sont superposées.

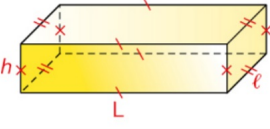
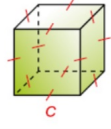
$3 \times 20 = 60$ , donc le pavé contient 60 cubes d'arête 1 cm.

Le volume de ce pavé droit est donc  $60 \text{ cm}^3$ .



**Propriété 3**

Le volume d'un pavé droit est le produit de ses trois dimensions, exprimées dans la même unités.

	Pavé droit	Cube
		
Volume $\mathcal{V}$	$\mathcal{V} = L \times l \times h$	$\mathcal{V} = c \times c \times c$



Il faut penser à exprimer  $L$ ,  $l$ ,  $h$  dans une même unité.

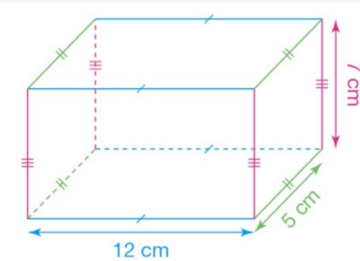
**Exemple**

Un pavé droit a pour longueur 12 cm, pour largeur 5 cm et pour hauteur 7 cm.

Le volume de ce pavé droit est :

$$\mathcal{V} = 12 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 7 \text{ cm},$$

c'est-à-dire  $\mathcal{V} = 420 \text{ cm}^3$ .

**III.3 Unités de volume et de contenance****III.3.1 Relation entre les unités de volumes****Définition 9**

- Un cube de  $1 \text{ m}^3$  est un cube de 1 m de côté. Son volume est :

$$V = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^3$$

- Puisque  $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$ , c'est aussi un cube de 10 dm de côté. Son volume est aussi :

$$V = 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1\,000 \text{ dm}^3$$

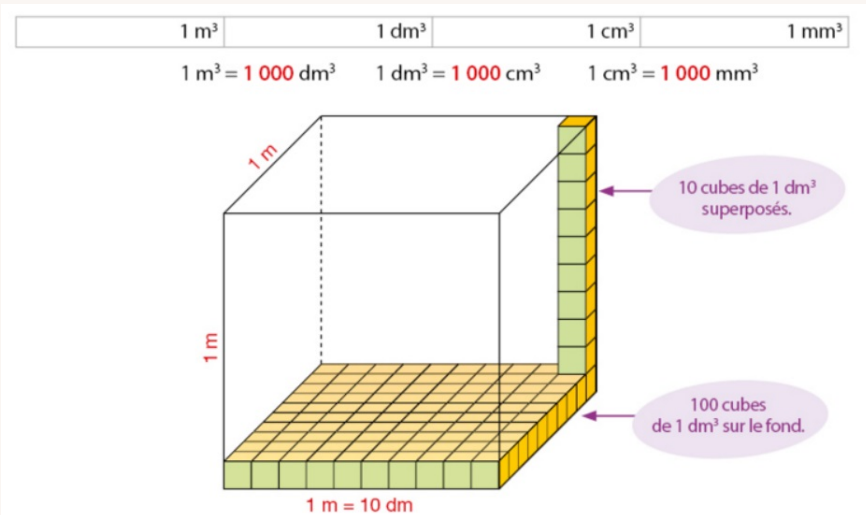
- Donc :

$$\boxed{1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3}$$

- De façon générale, chaque unité de volume est 1 000 fois plus grande que celle qui lui est immédiatement inférieure.



## Exemple



## III.3.2 Unités de contenance

## Définition 10

- L'unité de contenance la plus utilisée est le litre, noté L.
- Le litre est le volume d'un cube de 1 dm de côté.

$$1L = 1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$$

et

$$1 \text{ m}^3 = 1000L$$

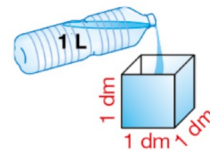


## Exemple

1 m <sup>3</sup>	1 dm <sup>3</sup>			1 cm <sup>3</sup>			1 mm <sup>3</sup>		
	1 hL	1 daL	1 L	1 dL	1 cL	1 mL			

## Exemples

- 1 m<sup>3</sup> = 1 000 dm<sup>3</sup> = 1 000 L
- 1 cm<sup>3</sup> = 1 mL
- 1 cm<sup>3</sup> = 0,001 dm<sup>3</sup> = 0,001 L
- Comme 1 m<sup>3</sup> = 1 000 L alors 2,5 m<sup>3</sup> = 2,5 × 1 000 L = 2 500 L



← Fin du cours →