



Math93.com

# Symétrie Axiale (*Reflection through an axis or about a line*) (élève)

Sixième

## I. Symétrie axiale ou réflexion (*Reflection through an axis or about a line*)

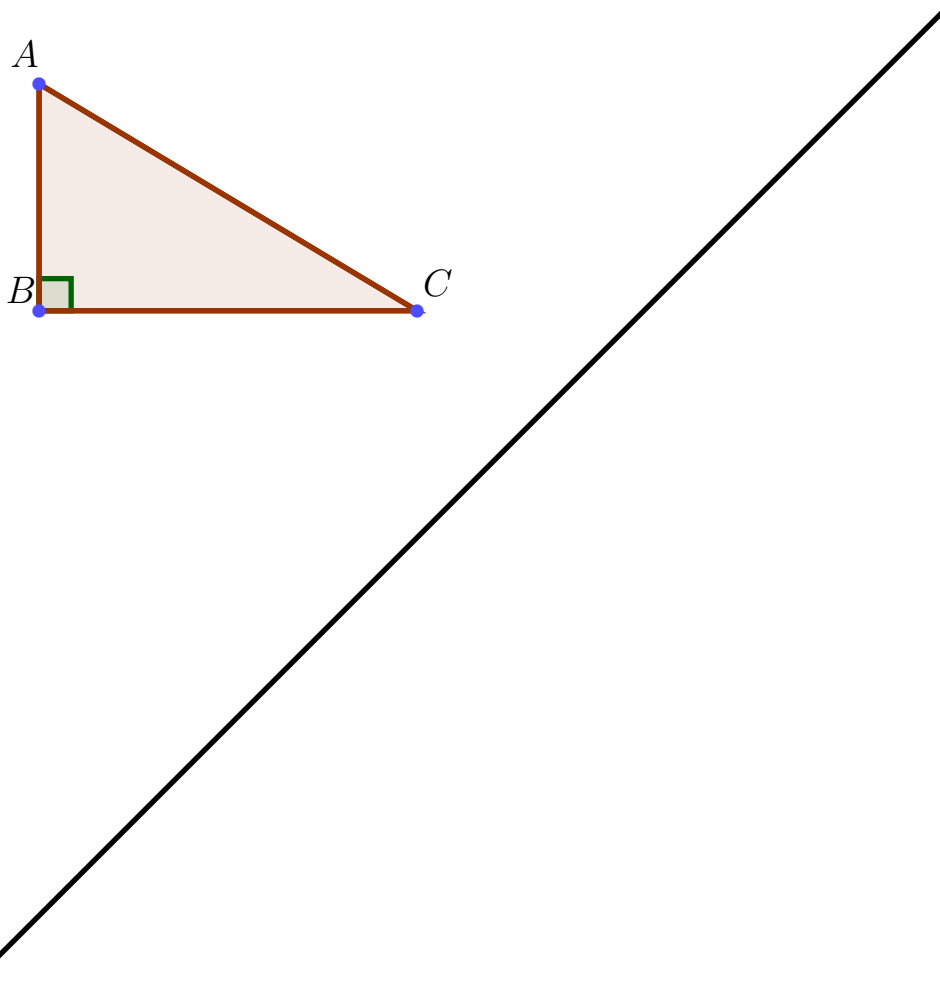
### I.1 Symétrie axiale ou réflexion : définition empirique (*empirical*)

**Définition 1** (Figures Symétriques par rapport à une droite)

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite  $(d)$  lorsqu'elle se superposent par pliage par rapport à la droite  $(d)$ .

#### Exercice I.1

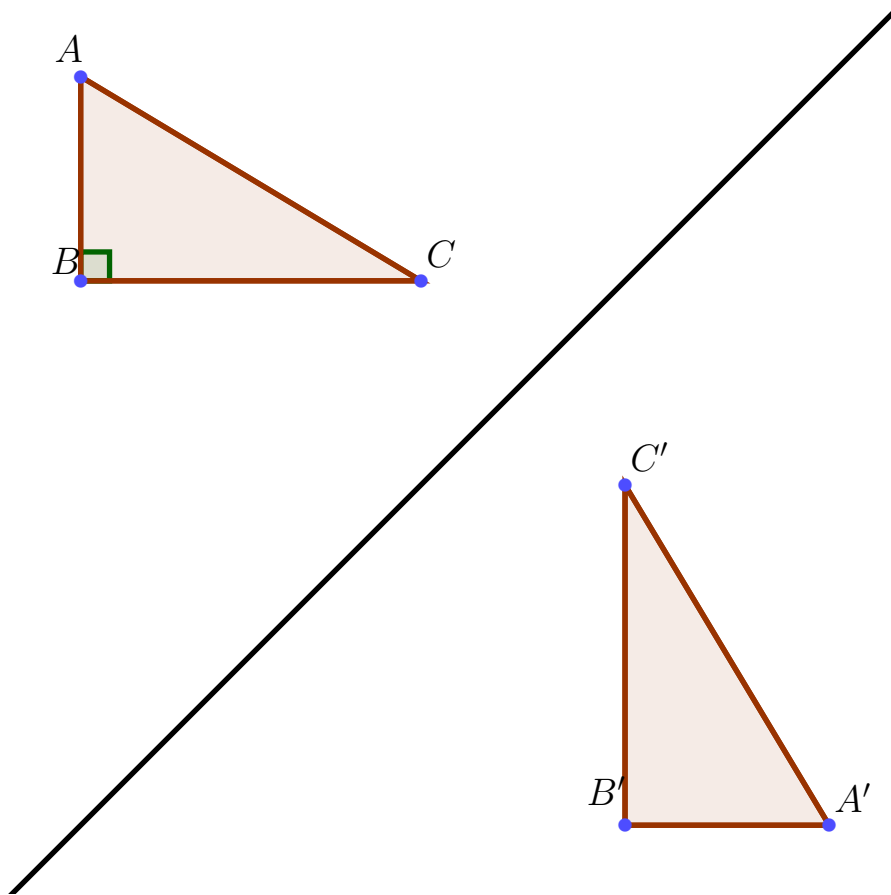
Effectuer par pliage le symétrique du triangle  $ABC$  par rapport à la droite  $(d)$ . On note  $A'B'C'$  le triangle image. (Link Geogebra : )



**I.2 Symétrie axiale : définition mathématique**

**Exercice I.2**

On donne ici la correction de l'exercice précédent.



1. On dit que le point  $A'$  est l'image du point  $A$  par la symétrie d'axe  $(d)$ , ou par la réflexion d'axe  $(d)$ .
2. De même les point  $B'$  et  $C'$  sont respectivement les images des points  $B$  et  $C$  par cette même réflexion.
3. Construire en pointillé les segments  $[AA']$ ,  $[BB']$  et  $[CC']$ .
4. Que semble être la droite  $(d)$  pour les segments  $[AA']$ ,  $[BB']$  et  $[CC']$ ?  
 .....  
 .....
5. Placer un point  $D$  sur la droite  $(d)$  et construire son symétrique  $D'$  par rapport à cette droite. Quelle propriété semble émerger?  
 .....  
 .....
6. Essayer alors de donner la définition suivante :

**Définition 2**

Soit une droite  $(d)$  et un point  $M$  du plan.  
 Le point  $M'$  est l'image du point  $M$  par la symétrie d'axe  $(d)$  si : .....

.....

.....

Remarque : Si le point  $M$  appartient à la droite  $(d)$  alors : .....

.....

.....

## I.3 Quelques notations intéressantes



## Remarque

1. On peut noter  $s_d$  la symétrie d'axe  $(d)$ .
2. Pour écrire que le point  $M'$  est l'image du point  $M$  par la symétrie d'axe  $(d)$  on peut simplement écrire en utilisant des flèches :

$$M \xrightarrow{s_d} M'$$

3. On peut même, et c'est bien pratique, utiliser une notation dite "fonctionnelle" :

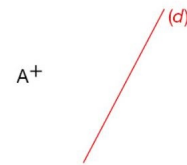
$$s_d(M) = M'$$

## I.4 Méthode de construction

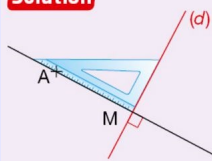


## Méthode

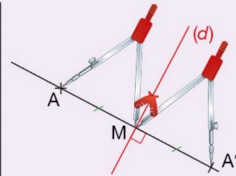
Construire avec la règle, l'équerre et le compas le symétrique  $A'$  du point  $A$  par rapport à la droite  $(d)$ .



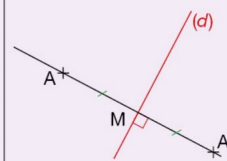
## Solution



- 1 On trace la perpendiculaire à la droite  $(d)$  passant par  $A$ . On note  $M$  son point d'intersection avec la droite  $(d)$ .



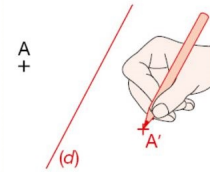
- 2 Sur cette droite perpendiculaire, on place le point  $A'$  tel que :  $AM = MA'$ .



- 3 Le point  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport à la droite  $(d)$ .

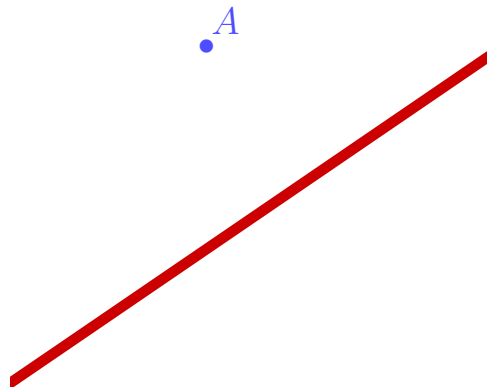
## Conseils

- On peut commencer par visualiser la position du point  $A'$  en le plaçant à main levée.



## Exercice 3

A vous de jouer



## II. Propriétés de la symétrie axiale

### II.1 Une isométrie (*an isometry or congruence, or congruent transformation*)

#### Propriété 1

La symétrie centrale est une isométrie du plan, c'est à dire que c'est une transformation du plan qui conserve les distances.

#### Propriété 2 (Conséquences)

La symétrie centrale est une isométrie du plan et elle conserve :

1. l'alignement ;
2. les mesure d'angles ;
3. les aires.



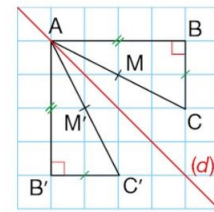
#### Exemple

Les triangles rectangles  $ABC$  et  $AB'C'$  ci-contre sont symétriques par rapport à la droite  $(d)$ .

- $AB = AB'$ ,  $AC = AC'$ ,  $BC = B'C'$ .
- Le point  $M$  est aligné avec les points  $A$  et  $C$ .

Son symétrique  $M'$  est aussi aligné avec les points  $A$  et  $C'$ .

- $\widehat{ABC} = 90^\circ$  et  $\widehat{AB'C'} = 90^\circ$ .
- Les triangles  $ABC$  et  $AB'C'$  ont la même aire.

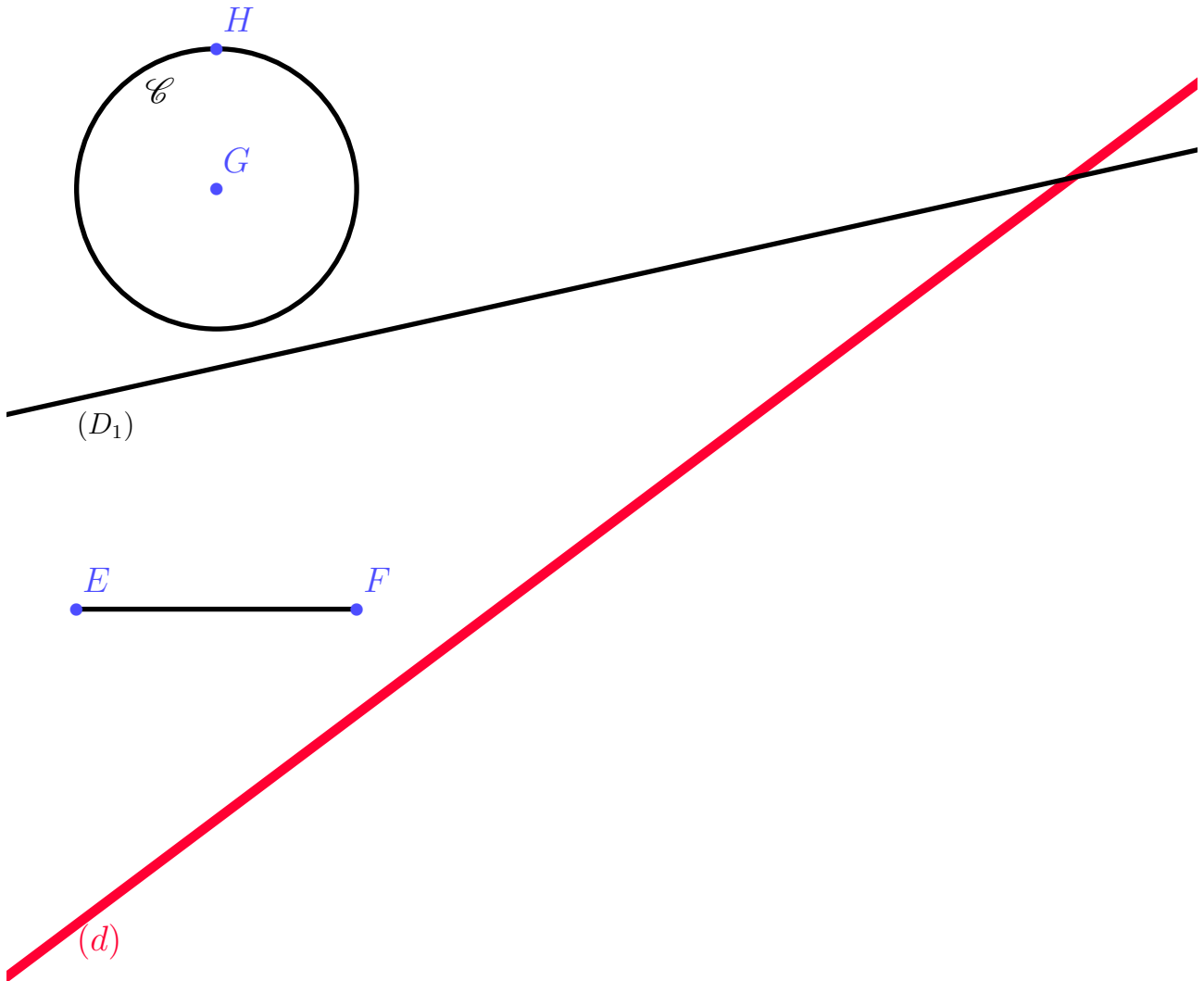


### II.2 Symétriques de figures usuelles



#### Exercice 4

1. Comment construire l'image de la droite  $(D_1)$  par la symétrie d'axe  $(d)$ ? Expliquez rapidement puis faites-le. ...  
.....  
.....
2. Comment construire l'image du segment  $[EF]$  par la symétrie d'axe  $(d)$ ? Expliquez rapidement puis faites-le. ...  
.....  
.....
3. Comment construire l'image du cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $G$  et de rayon  $[GH]$  par la symétrie d'axe  $(d)$ ? Expliquez rapidement puis faites-le. ....  
.....  
.....



On peut en conclure la propriété suivante :

**Propriété 3**

La symétrie centrale est une isométrie du plan et à ce titre elle transforme :

1. Une droite en .....
2. Un segment en .....
3. Un cercle en .....

**II.3 Cas particulier : Symétrique d'une droite parallèle à l'axe**



**Exercice 5**

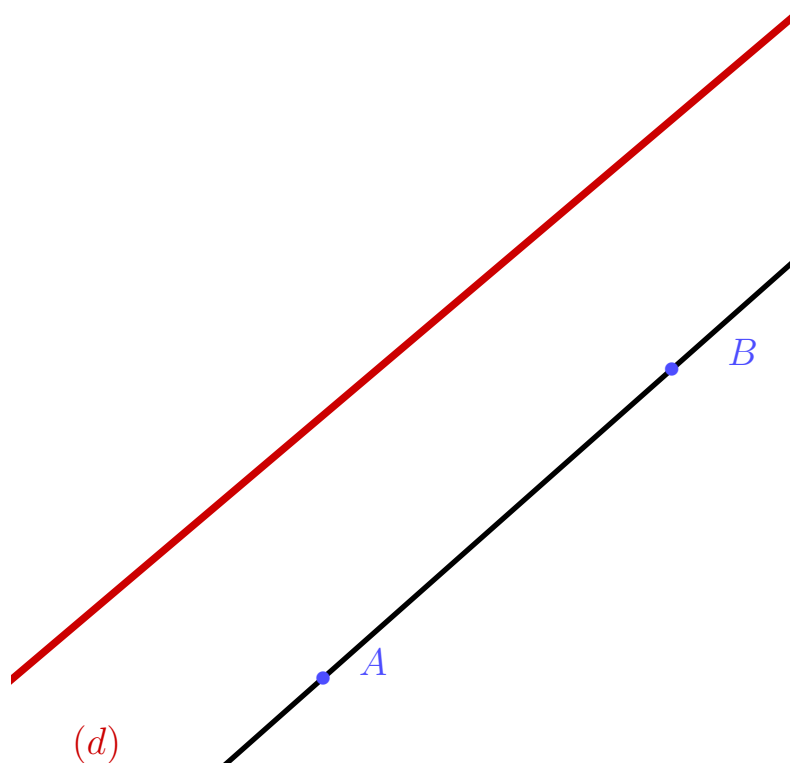
On considère une droite  $(d)$  et une droite  $(AB)$  qui est parallèle à la droite  $(d)$ .  
 Construire la droite  $(A'B')$ , image de la droite  $(AB)$  par la symétrie d'axe  $(d)$ .  
 Que pensez-vous du quadrilatère  $ABB'A'$  ? Ébauchez une démonstration.

.....

.....

.....

.....



Compléter alors la propriété suivante :

**Propriété 4**

Soit  $(d)$  une droite et  $(D_2)$  une droite parallèle à  $(d)$ .  
 L'image de la droite  $(D_2)$  par la symétrie d'axe  $(d)$  est .....

.....

### III. Axe de symétrie

#### III.1 Définition

##### Définition 3

Une droite est un axe de symétrie d'une figure lorsque cette figure et sa figure symétrique coïncident (sont les mêmes).



##### Exemple

La droite rouge est un axe de symétrie de cette figure.



#### III.2 Axes de symétrie des figures usuelles

##### III.2.1 Triangle Isocèle

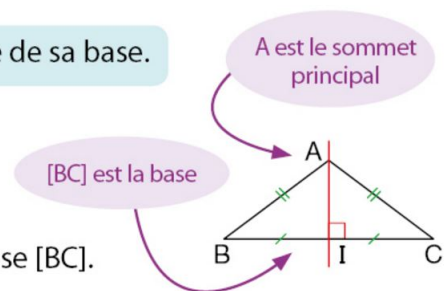
**Propriété** Un triangle **isocèle** a un axe de symétrie : la médiatrice de sa base.

##### Exemple

ABC est un triangle isocèle en A.

I est le milieu de la base [BC].

L'axe de symétrie du triangle ABC est la médiatrice (AI) de la base [BC].



**Propriété (admise)** Un triangle qui possède un axe de symétrie est isocèle.

##### III.2.2 Triangle Équilatéral

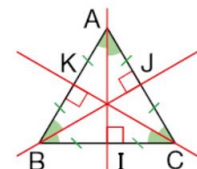
**Propriété** Un triangle **équilatéral** a **trois** axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

##### Exemple

ABC est un triangle équilatéral.

I est le milieu du côté [BC], J celui du côté [AC] et K celui du côté [AB].

Les axes de symétrie du triangle ABC sont les médiatrices (AI), (BJ) et (CK) de ses côtés.



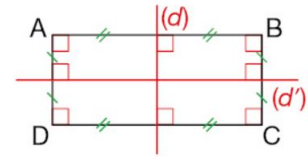
### III.2.3 Rectangle

**Propriété** Un rectangle a **deux** axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

**Exemple**

ABCD est un rectangle.

La médiatrice ( $d$ ) des côtés [AB] et [DC], la médiatrice ( $d'$ ) des côtés [AD] et [BC] sont ses axes de symétrie.



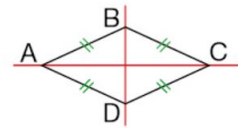
### III.2.4 Losange

**Propriété** Un losange a **deux** axes de symétrie : les droites qui portent ses diagonales.

**Exemple**

ABCD est un losange.

Les droites (AC) et (BD) sont ses axes de symétrie.

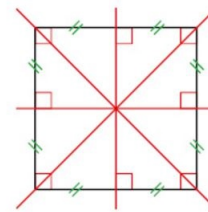


### III.2.5 Carré

Un **carré** est à la fois un **losange** et un **rectangle**.

Il a donc **quatre** axes de symétrie :

- les droites qui portent ses diagonales ;
- les médiatrices de ses côtés.



↔ **Fin du cours** ↔