



Symétrie Axiale (*Reflection through an axis or about a line*)

Sixième

I. Symétrie axiale ou réflexion (*Reflection through an axis or about a line*)

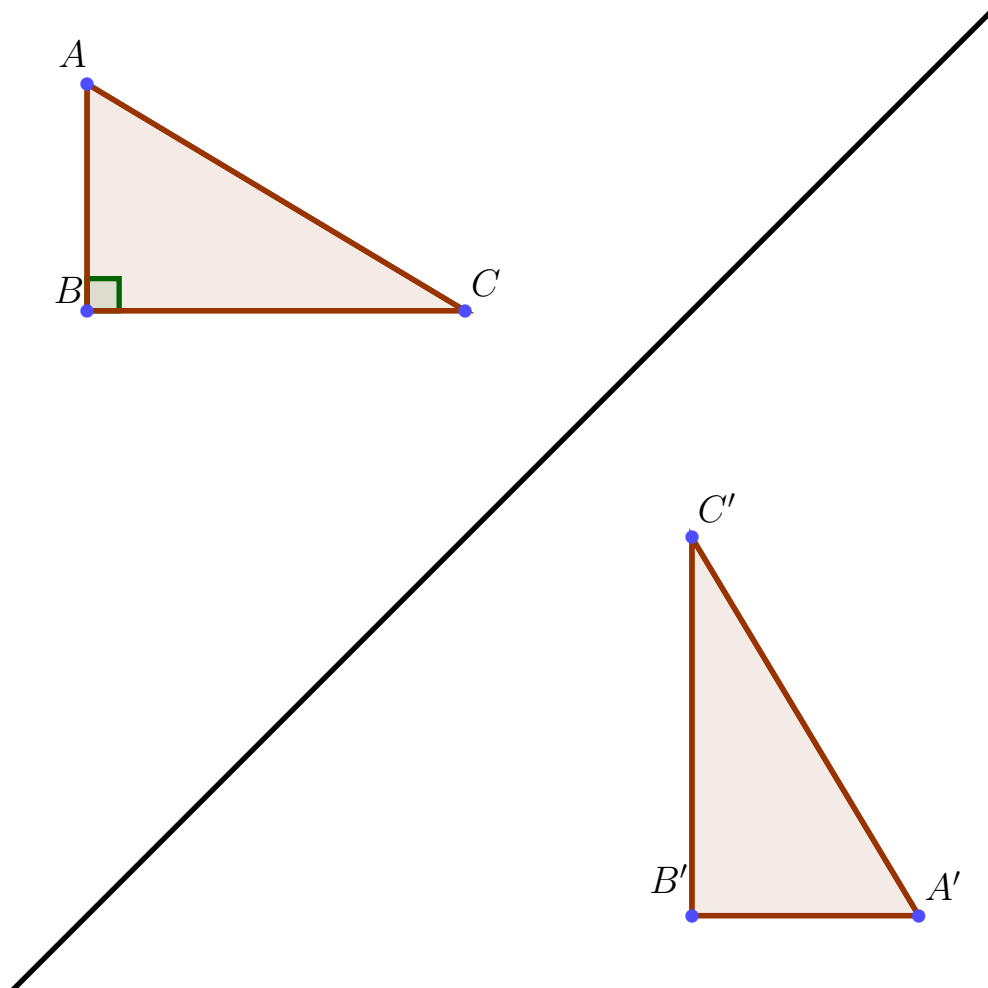
I.1 Symétrie axiale ou réflexion : définition empirique (*empirical*)

Définition 1 (Figures Symétriques par rapport à une droite)

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite (d) lorsqu'elle se superposent par pliage par rapport à la droite (d) .

Exercice I.1

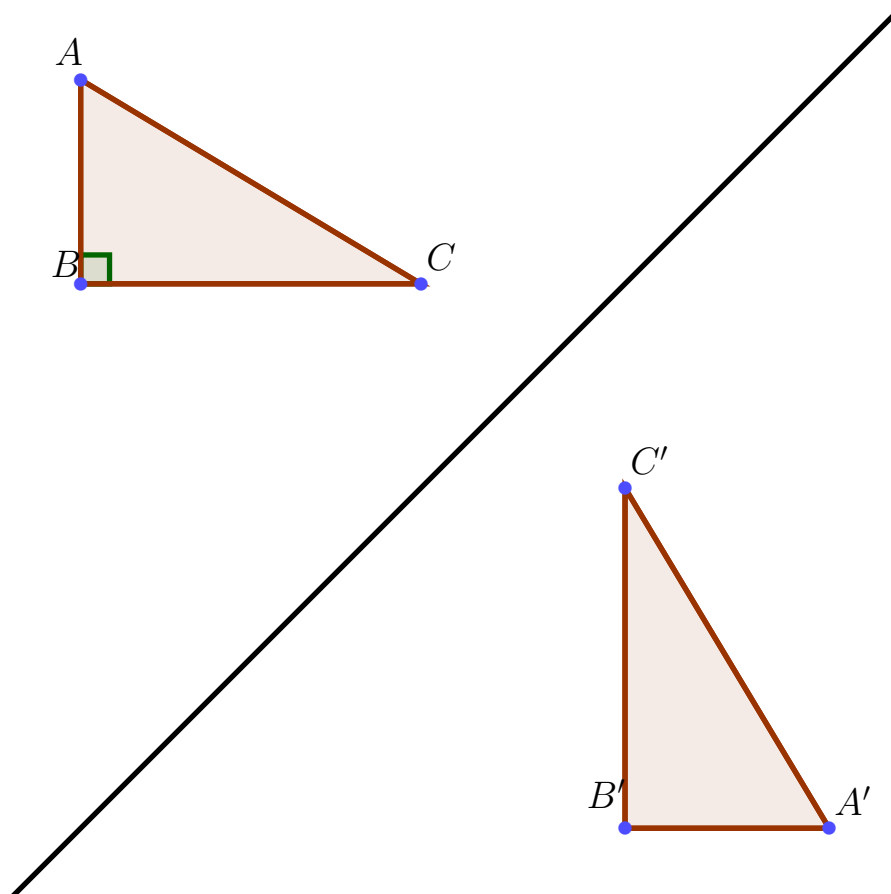
Effectuer par pliage le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (d) . On note $A'B'C'$ le triangle image. (Link Geogebra :)



I.2 Symétrie axiale : définition mathématique

Exercice I.2

On donne ici la correction de l'exercice précédent.



- On dit que le point A' est l'image du point A par la symétrie d'axe (d) , ou par la réflexion d'axe (d) .
- De même les point B' et C' sont respectivement les images des points B et C par cette même réflexion.
- Construire en pointillé les segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$.
- Que semble être la droite (d) pour les segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$?
.....
.....
- Placer un point D sur la droite (d) et construire son symétrique D' par rapport à cette droite. Quelle propriété semble émerger?
.....
.....
- Essayer alors de donner la définition suivante :

Définition 2

Soit une droite (d) et un point M du plan.

Le point M' est l'image du point M par la symétrie d'axe (d) si : la droite (d) est la médiatrice du segment $[MM']$

Remarque : Si le point M appartient à la droite (d) alors : les points M et M' sont confondus.

I.3 Quelques notations intéressantes



Remarque

1. On peut noter s_d la symétrie d'axe (d) .
2. Pour écrire que le point M' est l'image du point M par la symétrie d'axe (d) on peut simplement écrire en utilisant des flèches :

$$M \xrightarrow{s_d} M'$$

3. On peut même, et c'est bien pratique, utiliser une notation dite "fonctionnelle" :

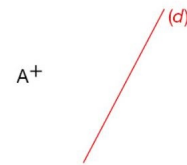
$$s_d(M) = M'$$

I.4 Méthode de construction

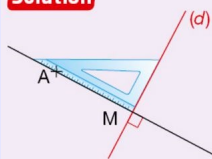


Méthode

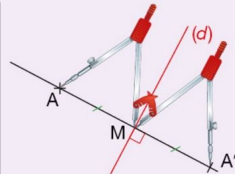
Construire avec la règle, l'équerre et le compas le symétrique A' du point A par rapport à la droite (d) .



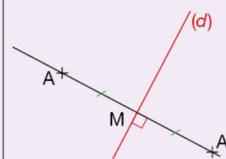
Solution



- 1 On trace la perpendiculaire à la droite (d) passant par A . On note M son point d'intersection avec la droite (d) .



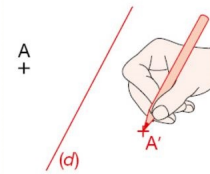
- 2 Sur cette droite perpendiculaire, on place le point A' tel que : $AM = MA'$.



- 3 Le point A' est le symétrique de A par rapport à la droite (d) .

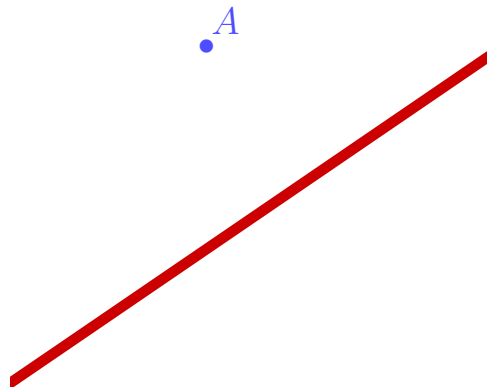
Conseils

- On peut commencer par visualiser la position du point A' en le plaçant à main levée.



Exercice 3

A vous de jouer



II. Propriétés de la symétrie axiale

II.1 Une isométrie (*an isometry or congruence, or congruent transformation*)

Propriété 1

La symétrie centrale est une isométrie du plan, c'est à dire que c'est une transformation du plan qui conserve les distances.

Propriété 2 (Conséquences)

La symétrie centrale est une isométrie du plan et elle conserve :

1. l'alignement ;
2. les mesure d'angles ;
3. les aires.



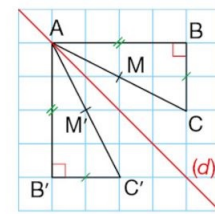
Exemple

Les triangles rectangles ABC et $AB'C'$ ci-contre sont symétriques par rapport à la droite (d) .

- $AB = AB'$, $AC = AC'$, $BC = B'C'$.
- Le point M est aligné avec les points A et C .

Son symétrique M' est aussi aligné avec les points A et C' .

- $\widehat{ABC} = 90^\circ$ et $\widehat{AB'C'} = 90^\circ$.
- Les triangles ABC et $AB'C'$ ont la même aire.

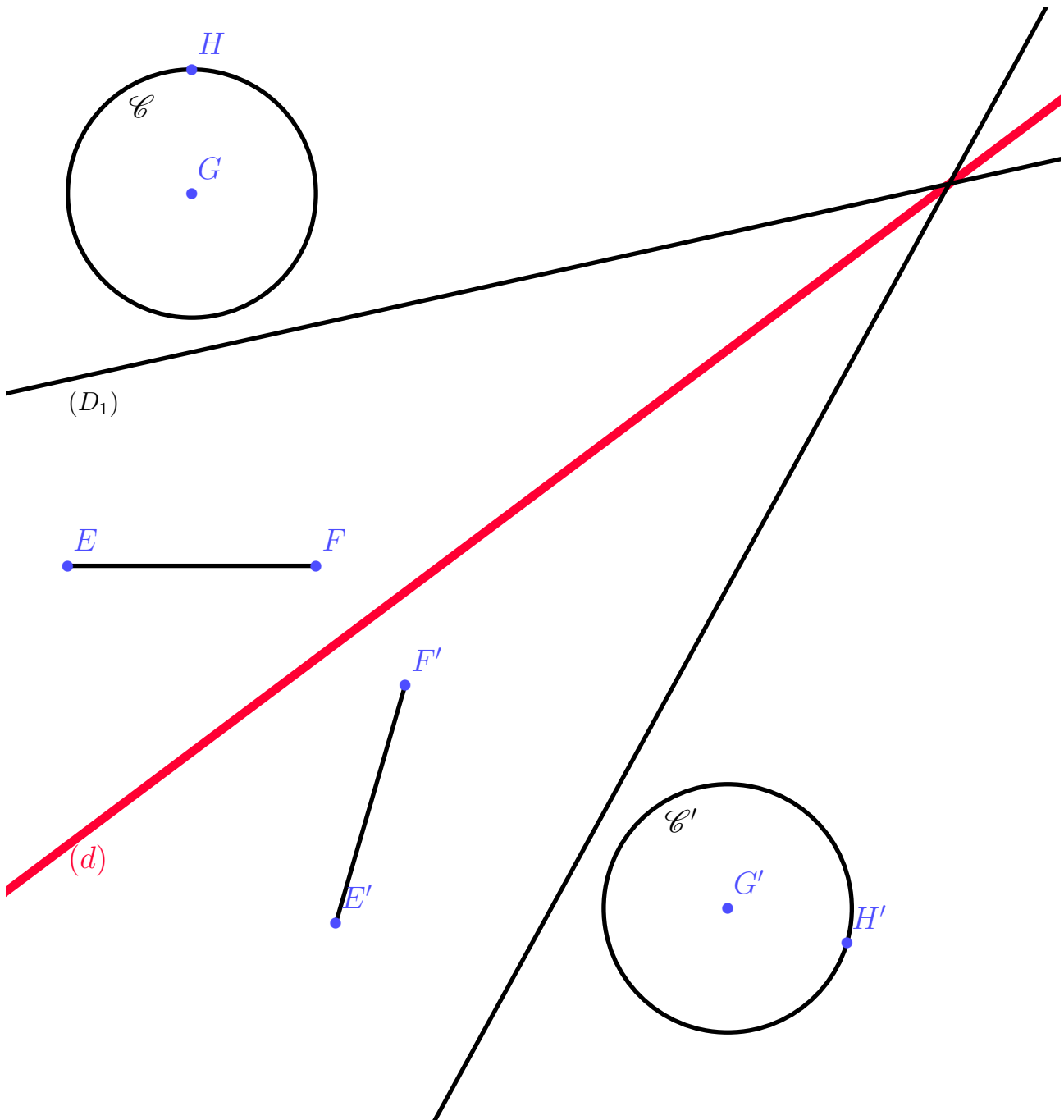


II.2 Symétriques de figures usuelles



Exercice 4

1. Comment construire l'image de la droite (D_1) par la symétrie d'axe (d) ? Expliquez rapidement puis faites-le. ...
.....
.....
2. Comment construire l'image du segment $[EF]$ par la symétrie d'axe (d) ? Expliquez rapidement puis faites-le. ...
.....
.....
3. Comment construire l'image du cercle \mathcal{C} de centre G et de rayon $[GH]$ par la symétrie d'axe (d) ? Expliquez rapidement puis faites-le.
.....
.....



On peut en conclure la propriété suivante :

Propriété 3

La symétrie centrale est une isométrie du plan et à ce titre elle transforme :

1. Une droite en une autre droite ;
2. Un segment en un segment de même longueur ;
3. Un cercle en un cercle de même rayon .

II.3 Cas particulier : Symétrique d'une droite parallèle à l'axe



Exercice 5

On considère une droite (d) et une droite (AB) qui est parallèle à la droite (d) .
 Construire la droite $(A'B')$, image de la droite (AB) par la symétrie d'axe (d) .
 Que pensez-vous du quadrilatère $ABB'A'$? Ébauchez une démonstration.

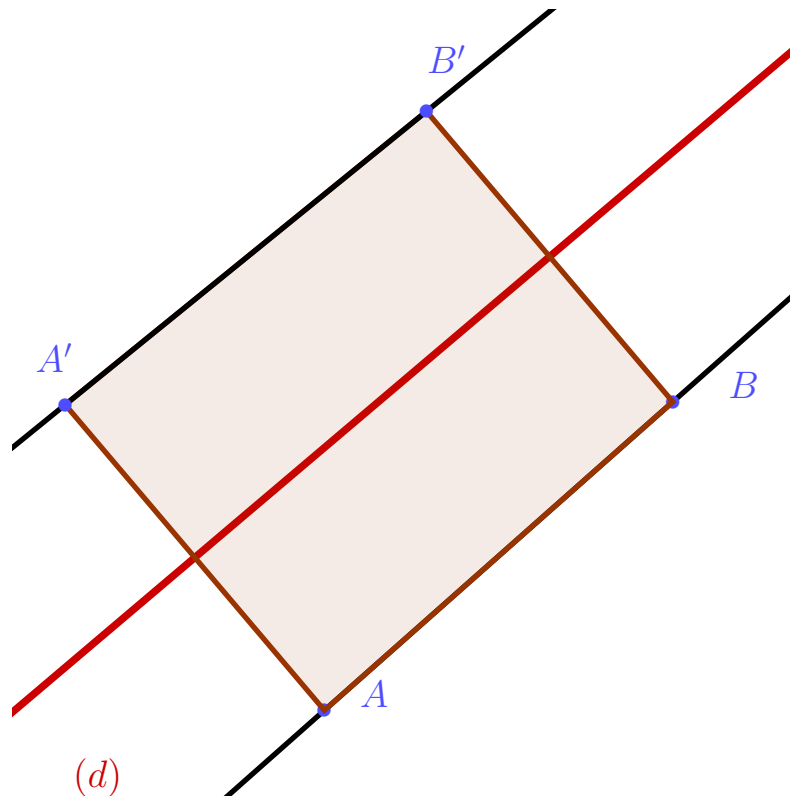
.....

.....

.....

.....

.....



Compléter alors la propriété suivante :

Propriété 4

Soit (d) une droite et (D_2) une droite parallèle à (d) .
 L'image de la droite (D_2) par la symétrie d'axe (d) est une droite parallèle à (d) et (D_2) .

III. Axe de symétrie

III.1 Définition

Définition 3

Une droite est un axe de symétrie d'une figure lorsque cette figure et sa figure symétrique coïncident (sont les mêmes).



Exemple

La droite rouge est un axe de symétrie de cette figure.



III.2 Axes de symétrie des figures usuelles

III.2.1 Triangle Isocèle

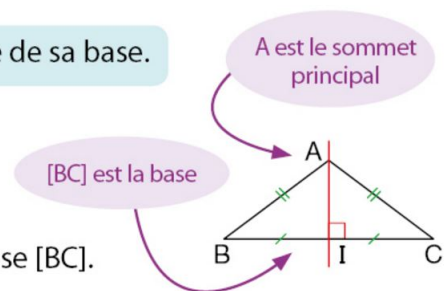
Propriété Un triangle **isocèle** a un axe de symétrie : la médiatrice de sa base.

Exemple

ABC est un triangle isocèle en A.

I est le milieu de la base [BC].

L'axe de symétrie du triangle ABC est la médiatrice (AI) de la base [BC].



Propriété (admise) Un triangle qui possède un axe de symétrie est isocèle.

III.2.2 Triangle Équilatéral

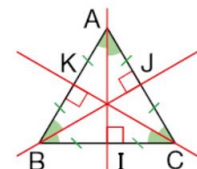
Propriété Un triangle **équilatéral** a **trois** axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

Exemple

ABC est un triangle équilatéral.

I est le milieu du côté [BC], J celui du côté [AC] et K celui du côté [AB].

Les axes de symétrie du triangle ABC sont les médiatrices (AI), (BJ) et (CK) de ses côtés.



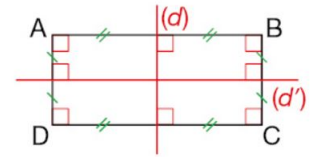
III.2.3 Rectangle

Propriété Un rectangle a **deux** axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

Exemple

ABCD est un rectangle.

La médiatrice (d) des côtés [AB] et [DC], la médiatrice (d') des côtés [AD] et [BC] sont ses axes de symétrie.



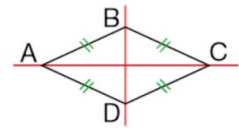
III.2.4 Losange

Propriété Un losange a **deux** axes de symétrie : les droites qui portent ses diagonales.

Exemple

ABCD est un losange.

Les droites (AC) et (BD) sont ses axes de symétrie.

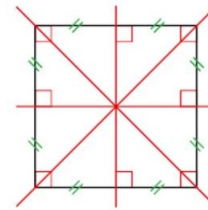


III.2.5 Carré

Un **carré** est à la fois un **losange** et un **rectangle**.

Il a donc **quatre** axes de symétrie :

- les droites qui portent ses diagonales ;
- les médiatrices de ses côtés.



↔ **Fin du cours** ↔