TD 1 - Sixième

Distances, Cercle, Triangles et médiatrices

Math93.com

Compétences évaluées

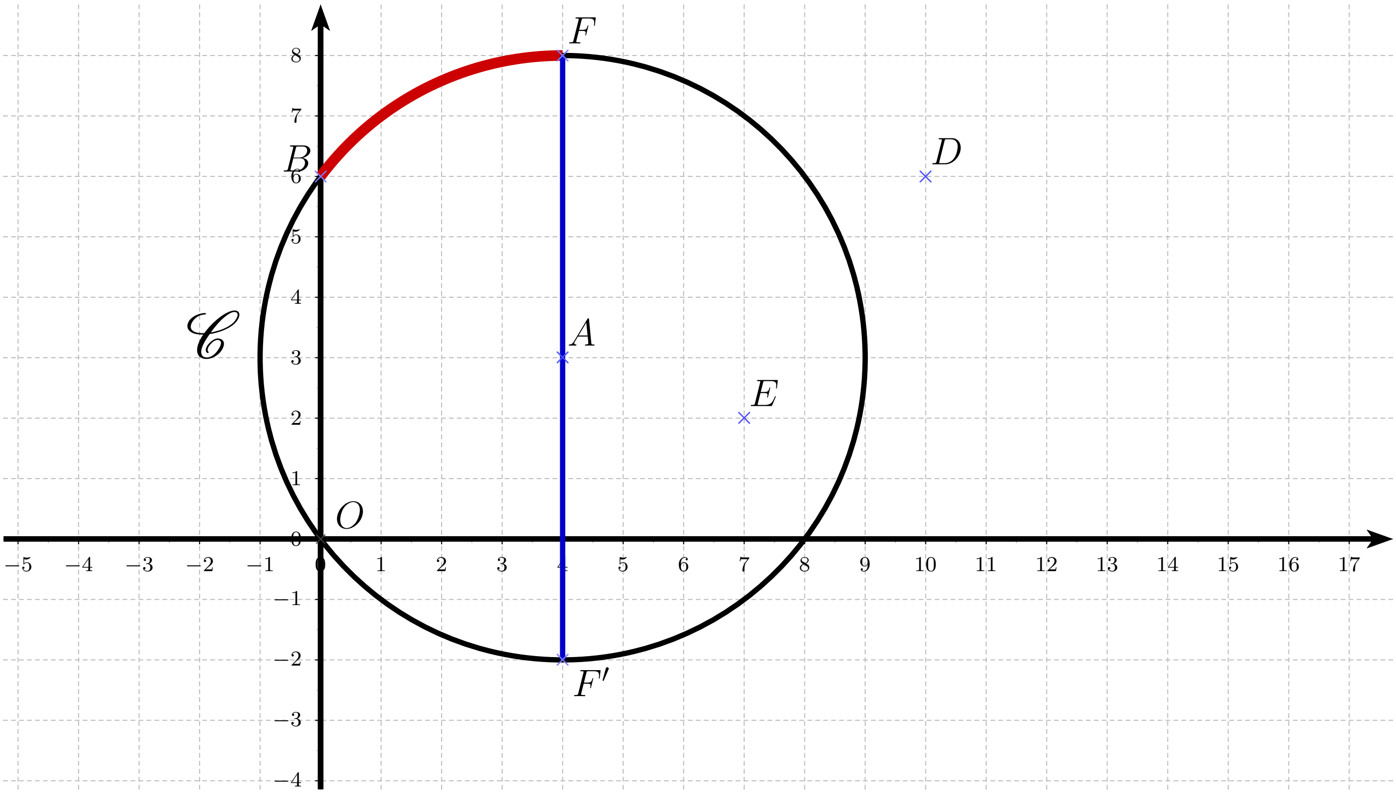
	◆	▲	■	●
CONNAITRE : C1 : Connaître et restituer les règles de calcul, le vocabulaire, les définitions, les formules, les propriétés et les théorèmes de mathématiques				
REPRÉSENTER : C6 : Représenter et analyser des figures planes et des solides				
◇ Je sais tracer un triangle connaissant les 3 côtés				
◇ Je sais un cercle ou une figure plus complexe				
◇ Je sais reconnaitre des triangles particuliers (isocèle,rectangle,équilatéral)				
◇ Je sais tracer la médiatrice d'un segment avec le compas				
RAISONNER : C7 : Mobiliser les connaissances pour résoudre un problème				
◇ Je connais les propriétés des médiatrices en terme de distance et avec la définition (propriété et réciproque)				
CALCULER : C8 : Calculer avec des nombres décimaux ou rationnels, de manière exacte ou approchée				
◇ Calculer un périmètre et en donner une valeur exacte (en fonction de π) et la valeur approchée au dixième				
COMMUNIQUER : C10 : Utiliser un vocabulaire et les notations adaptés				
◇ Je connais le vocabulaire et les notations de la géométrie plane (cercle,diamètre, corde...)				
COMMUNIQUER : C11 : Expliquer sa démarche ou son raisonnement à l'oral ou à l'écrit				
◇ Quand un point appartient à la médiatrice d'un segment, je sais qu'il est équidistant des extrémité du segment.				
◇ Je sais démontrer qu'un point appartient à la médiatrice d'un segment				

Table des matières

Les exercices dont l'intitulé est précédé du symbole (c) sont intégralement corrigés en fin de TD.

Partie I. Le cercle

Exercice 1. Vocabulaire



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon $[AF]$ tracé dans le repère ci dessus.
On admet que tous les points sont à coordonnées entières.

- Les points B, F, O et F' sont sur le cercle $\mathscr{C}$;
- Le point D est à l'extérieur du cercle et E à l'intérieur.
- A est le milieu du segment $[FF']$.

1. Donner les coordonnées de tous les points.

2. Construire cette figure sur votre cahier.

3. On admet que dans ce repère, l'unité en abscisse et en ordonnée est $0,8$ cm. Donner le rayon du cercle en centimètre.

4. Donner un segment diamètre de ce cercle et sa longueur.

5. Donner une corde de ce cercle qui n'est pas un diamètre.

6. Nommer l'arc de cercle tracé en rouge en essayant de lever l'ambiguïté.

7. Recopier et compléter en utilisant les symboles $=$, $<$ ou $>$:

7. a. $AB \cdots\cdots 4$ cm ;
7. b. $AF \cdots\cdots 4$ cm ;
7. c. $AF' \cdots\cdots 4$ cm ;
7. d. $AO \cdots\cdots 4$ cm ;
7. e. $AE \cdots\cdots 4$ cm ;
7. f. $AD \cdots\cdots 4$ cm ;
7. g. $BF \cdots\cdots \overset{\frown}{BF}$.

Exercice 2. (c) Construction et preuve

a. Réaliser le programme de construction ci-contre.
b. Donner les longueurs BD et BE.

Programme de construction
- Tracer un segment [AB] de longueur 3 cm.
- Tracer le cercle de diamètre [AB].
- Tracer le cercle de centre B et de rayon 2 cm.
- Noter D et E les points d'intersection de ces deux cercles.

Exercice 3.

1. Tracer un segment [FG] de longueur 7 cm, puis tracer le cercle de centre F et de rayon 5 cm.
2. Tracer le cercle de diamètre [FG].
3. Ces deux cercles se coupent en H et I.
Donner les longueurs FH et FI.

Exercice 4.

1. Tracer un segment $[AB]$ de longueur 5 cm.
2. Tracer le cercle de diamètre $[AB]$.
3. Tracer le cercle de centre B qui passe par A.

Exercice 5.

1. Tracer un segment $[AB]$ de longueur 7 cm. Noter O le milieu de ce segment.
2. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon 3 cm.
3. Tracer le cercle $\mathscr{C}'$ de centre B et de rayon 5 cm.
4. Les deux cercles sont sécants en deux points C et D. Donner les distances AC et BC puis AD et BD.
5. Colorier en rouge tous les points du plan qui sont à moins de 3 cm du point A.
6. Colorier en vert tous les points du plan qui sont à moins de 5 cm du point B.
7. En déduire tous les points qui sont qui sont à moins de 3 cm du point A et à moins de 5 cm du point B.

Exercice 6.

1. Tracer un segment $[RS]$ de longueur 4 cm.
2. Tracer une droite (d) qui passe par le point R (mais pas par le point S).
3. Tracer le cercle de centre R qui passe par S.
4. Ce cercle coupe la droite (d) en deux points O et P. Donner en justifiant la longueur OP.
5. Placer un point T de la droite (d) tel que $\mathrm{ST} = \mathrm{OP}$. Expliquer le procédé.

Exercice 7. Le loup et la chèvre

Un chèvre est attachée à une corde de 100m sur un piquet noté A. Un loup est attaché à une corde de 80m sur un piquet noté B. Les deux piquets A et B sont distant de 160m.

1. Faire un schéma à l'échelle que vous préciserez.

2. Déterminer la région du plan que la chèvre doit éviter pour ne pas rencontrer le loup.

Partie II. Le cercle et périmètre

Exercice 8. Des périmètres

1. Avec le rayon :

1. a. Calculer la valeur exacte du périmètre d'un cercle de rayon 3 cm en fonction de π.

1. b. Donner un encadrement du périmètre au dixième.

1. c. En donner une valeur approchée au dixième.

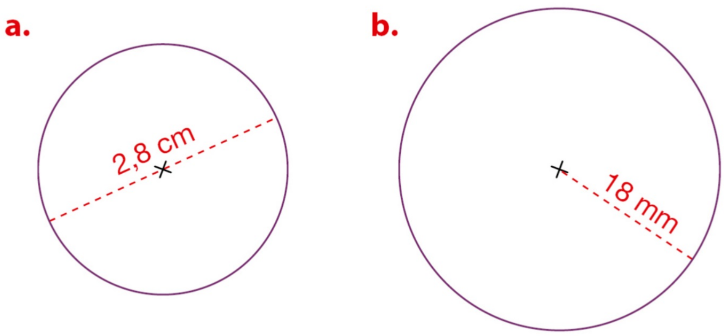
2. Avec le diamètre :

2. a. Calculer la valeur exacte du périmètre d'un cercle de diamètre 5 cm en fonction de π.

2. b. Donner un encadrement du périmètre au dixième.

2. c. En donner une valeur approchée au dixième.

Exercice 9. Périmètres



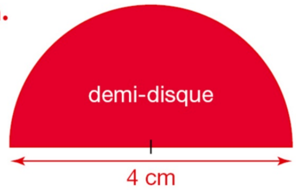
1. Dans chaque cas, donner la valeur exacte du périmètre des cercles en centimètre.

2. Puis donner l'arrondi au dixième, en centimètre.

Exercice 10. Périmètres

1. Calculer une valeur approchée au dixième près du périmètre, en cm, de chacune des figures rouges représentées ci-dessous.

a.



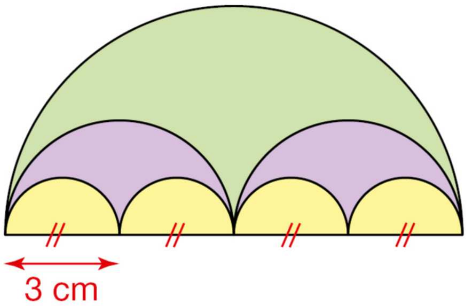
b.

2. Maëva affirme :

« Pour calculer le périmètre du quart du disque, je divise par 2 celui du demi-disque. »

Est-ce exact ?

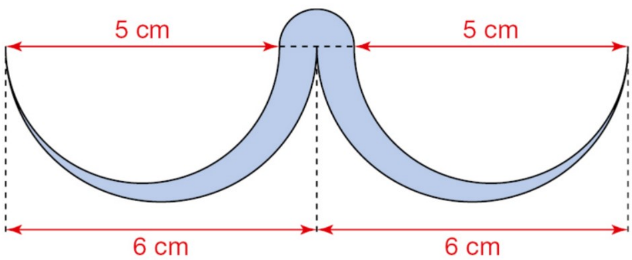
Exercice 11. Construction et longueur



1. Construire cette figure en vraie grandeur.
   Tous les arcs considérés sont des demi-cercle.
2. Donner la valeur exacte (en fonction de π) de la longueur des 4 demi-cercles jaunes.
3. Donner la valeur exacte (en fonction de π) de la longueur des 2 demi-cercles violets.
4. Donner la valeur exacte de la longueur du demi-cercle vert.
5. Quelle longueur est la plus grande ?

Exercice 12. Now we can talk !

La figure ci-dessous est formée de demi-cercles.



1. Construire cette figure en vraie grandeur.
2. Calculer la valeur exacte (en fonction de π) de son périmètre.
3. En donner une valeur approchée au dixième en cm.

Partie III. Les triangles

Exercice 13.

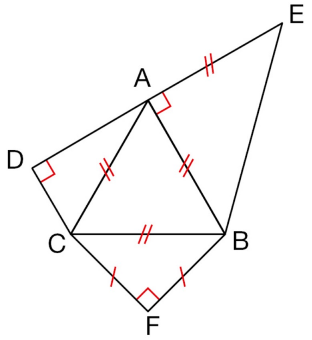
D'après les codages de cette figure, que peut-on dire du triangle :

a. ABC ?

b. ACD ?

c. ABE ?

d. BCF ?



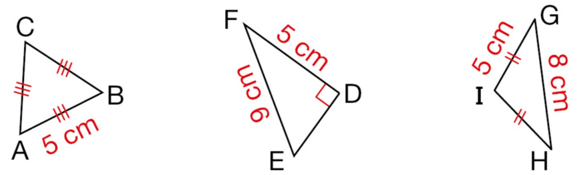
Exercice 14.

Que dire à Magali pour qu'elle trace chacun de ces triangles (sans les voir) ?

a.

b.

c.



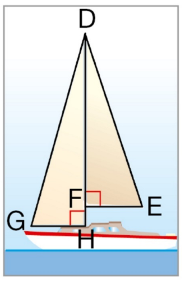
Exercice 15.

Voici des informations sur les deux voiles de ce bateau :

HD = 11 m, GH = 2,6 m

FH = 1,5 m et DE = 10 m.

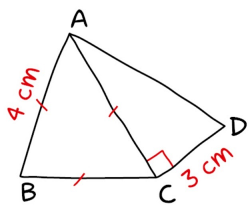
Représenter ces deux voiles en prenant 1 cm pour 1 m.



Exercice 16.

Voici une figure faite à main levée.

Construire cette figure en vraie grandeur.



Exercice 17.

a. Construire un triangle AMI rectangle en M tel que MA = 5 cm et MI = 4 cm.

b. Tracer le cercle de centre I qui passe par A. Noter K son point d'intersection avec la demi-droite [IM).

c. Que peut-on dire :

• du triangle KMA ? • du triangle KIA ?

Exercice 18.

1. L'énoncé

a. Tracer un segment [AB] de longueur 7 cm.

b. Placer le milieu I de ce segment.

c. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre B et de rayon 3,5 cm.

d. Placer un point M qui appartient à ce cercle.

2. Faire des déductions

a. Aïda affirme : « Le cercle $\mathscr{C}$ passe par I. »
L'énoncé ne le dit pas. Pourquoi est-ce exact ?

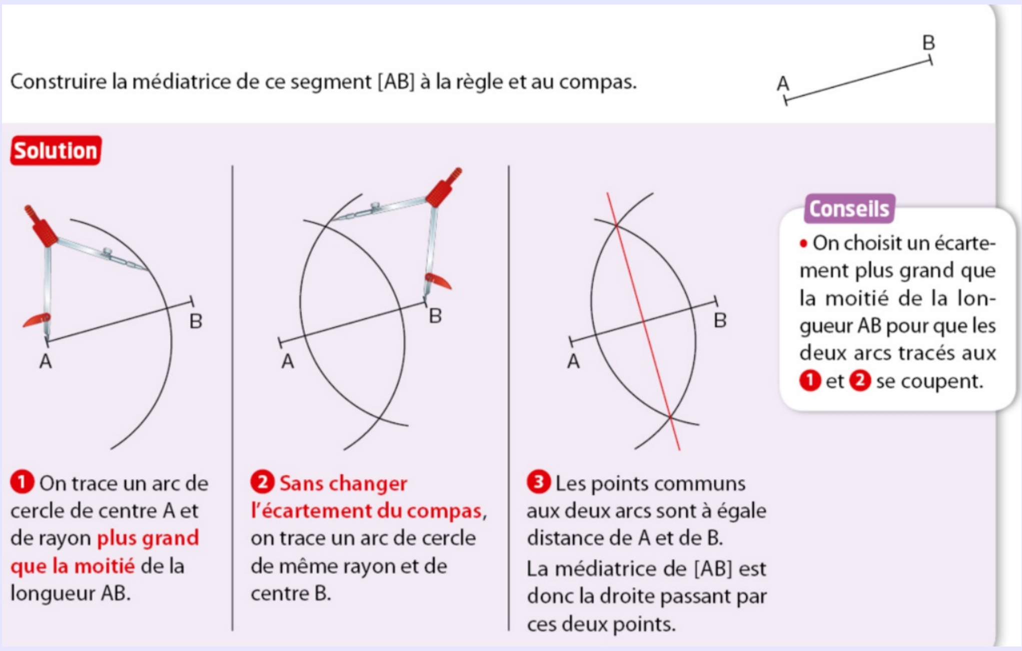
b. Thierry affirme : « AI = BM. »
L'énoncé ne le dit pas. Pourquoi est-ce exact ?

c. Sabine affirme : « Le triangle BMI est isocèle. »
Que peut-on en penser ?

Partie IV. La médiatrice d'un segment

Exercice 19.

Méthode



Refaire cette construction sur votre cahier en suivant la méthode.

Exercice 20. Construction avec le compas

1. Tracer un segment $[AB]$ de longueur $AB = 8$ cm.
2. Construire deux points C et D situés de part et d'autre du segment $[AB]$ et tel que
$$CA = CB = DA = DB = 5 \text{ cm}$$
3. Tracer la droite (CD).
4. Démontrer que la droite (CD) est la médiatrice du segment $[AB]$.
5. Placer E, un point de la droite (CD) tel que $AE = 7$ cm.
Que dire de la longueur EB. Démontrer-le.

Exercice 21. Médiatrices d'un triangle

1. Construire un triangle ABC tel que :
$$AB = 8 \text{ cm}, AC = 5 \text{ cm et } BC = 6 \text{ cm}.$$
2. Construire à la règle et au compas la médiatrice (d_1) du segment $[AB]$ et la médiatrice (d_2) du segment $[AC]$.
3. On note F le point d'intersection des médiatrices (d_1) et (d_2).
4. Démontrer que le point F appartient aussi à la médiatrice du segment $[BC]$.
5. Construire alors facilement la médiatrice (d_3) du segment $[BC]$.

Partie V. Compléments : SAT and Now We Can Talk !

Remarque

The SAT (Scholastic Assessment Test) is a standardized test commonly used for college admissions in the United States. It assesses students' skills in key academic areas such as math, evidence-based reading, and writing. The SAT is developed and administered by the College Board, a non-profit organization.

In Math : This section includes both calculator and non-calculator portions, covering topics like algebra, problem-solving, data analysis, and some advanced math.

https://satsuite.collegeboard.org/practice

Exercice 22. (c) From SAT

1. A rectangle has a length of 10 units and a width of 4 units. What is its perimeter ?
2. The side length of a regular hexagon is 7 units. What is the perimeter of the hexagon ?
3. A triangle has side lengths of 5 units, 12 units, and 13 units. Calculate the perimeter of the triangle.
4. A square has a perimeter of 24 units. What is the length of each side ?
5. An equilateral triangle has a side length of 9 units. What is its perimeter ?
6. A circle has a radius of 5 units. What is its perimeter (or circumference) ?
7. A circle has a diameter of 14 units. What is its perimeter ?
8. If a circle has a circumference of 18π units, what is the radius of the circle ?
9. The diameter of a circle is 20 units. Find its perimeter.
10. A circle has a perimeter of 12π units. What is its diameter ?

Exercice 23. (c) From SAT *

1. A semicircular flower bed has a diameter of 10 feet. Find the perimeter, which includes both the semicircular edge and the diameter.
2. A circle with a radius of 5 is inscribed in a square. Find the perimeter of the square.
3. Two circles of radius 6 intersect at one point. The maximum possible length of a line segment connecting a point on each circle is the sum of their diameters.
4. In a figure with a quarter circle of radius 7, a rectangle with length and width summing to 9.5 is inscribed. Calculate the perimeter of the quarter circle ?s boundary plus the rectangle.
5. A square and an equilateral triangle share a side. If the square's side is 4, find the perimeter of the composite figure.

Exercice 24. (c) From SAT **

Exercise 1 :
In triangle $\triangle ABC$, point D is the midpoint of side $\overline{BC}$, and $\overline{AD}$ is the perpendicular bisector of $\overline{BC}$. If the lengths of $AB = 5$ units and $AC = 5$ units, find the length of BC if D is equidistant from points B and C.

Exercise 2 :
In triangle $\triangle PQR$, the perpendicular bisectors of sides $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, and $\overline{RP}$ meet at point O, the circumcenter. If $PQ = 6$ units, $QR = 8$ units, and $RP = 10$ units, determine the radius of the circumcircle of triangle $\triangle PQR$.

Exercise 3 :
In quadrilateral $ABCD$, the perpendicular bisectors of sides $\overline{AB}$ and $\overline{CD}$ meet at point P. If $AB = 12$ units, $CD = 12$ units, and $\overline{AD} = 15$ units, find the distance from point P to side AD, given that P is equidistant from points A and D.

Exercise 4 :
A circle has a diameter of 20 units. If P is a point on the perpendicular bisector of the diameter, calculate the distance from point P to the center of the circle.

Fin du TD

Partie VI. Correction

Exercice 25. Correction de l'exercice 2

a. Réaliser le programme de construction ci-contre.

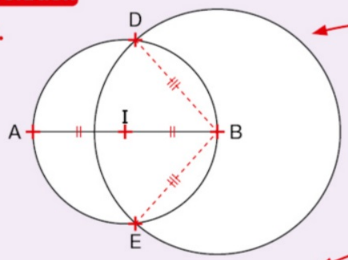
b. Donner les longueurs BD et BE.

Programme de construction

- Tracer un segment [AB] de longueur 3 cm.
- Tracer le cercle de diamètre [AB].
- Tracer le cercle de centre B et de rayon 2 cm.
- Noter D et E les points d'intersection de ces deux cercles.

Solution

a.



Conseils

- Pour tracer le cercle de diamètre [AB], on marque d'abord le milieu I du segment [AB].
3 cm : 2 = 1,5 cm et AI = 1,5 cm.
On trace le cercle de centre I qui passe par A et B.

- Tous les points du cercle de centre B et de rayon 2 cm sont situés à 2 cm de B.

b. D et E appartiennent au cercle de centre B et de rayon 2 cm donc BD = 2 cm et BE = 2 cm.

Exercice 26. Correction de l'exercice 22

A rectangle has a length of 10 units and a width of 4 units. What is its perimeter ?

Corrigé

The perimeter of a rectangle is calculated as $P = 2\times(\text{length}+\text{width})$. So, $P = 2\times(10+4) = 2\times 14 = 28$ units.

The side length of a regular hexagon is 7 units. What is the perimeter of the hexagon ?

Corrigé

For a regular hexagon, the perimeter is calculated as $P = 6 \times$ side length. So, $P = 6 \times 7 = 42$ units.

A triangle has side lengths of 5 units, 12 units, and 13 units. Calculate the perimeter of the triangle.

Corrigé

The perimeter of a triangle is the sum of all its side lengths. Therefore, $P = 5 + 12 + 13 = 30$ units.

A square has a perimeter of 24 units. What is the length of each side ?

Corrigé

For a square, each side length can be found by dividing the perimeter by 4. Thus, side length $= 24\div 4 = 6$ units.

An equilateral triangle has a side length of 9 units. What is its perimeter ?

Corrigé

The perimeter of an equilateral triangle is given by $P = 3 \times$ side length. Therefore, $P = 3 \times 9 = 27$ units.

A circle has a radius of 5 units. What is its perimeter (or circumference) ?

Corrigé

The circumference of a circle is calculated as $C = 2\pi \times$ radius. So, $C = 2\pi \times 5 = 10\pi$ units.

A circle has a diameter of 14 units. What is its perimeter ?

Corrigé

The circumference of a circle is calculated as $C = \pi \times$ diameter. So, $C = \pi \times 14 = 14\pi$ units.

If a circle has a circumference of 18π units, what is the radius of the circle ?

Corrigé

The formula for circumference is $C = 2\pi \times$ radius. Replacing $C = 18\pi$, we have :

$$18\pi = 2\pi \times \text{radius}$$

Dividing by 2π, we find : Radius $= \frac{18\pi}{2\pi} = 9$ units.

The diameter of a circle is 20 units. Find its perimeter.

Corrigé

The circumference of a circle is calculated as $C = \pi \times$ diameter. Thus, $C = \pi \times 20 = 20\pi$ units.

A circle has a perimeter of 12π units. What is its diameter ?

Corrigé

The formula for circumference is $C = \pi \times$ diameter. Replacing $C = 12\pi$, we have :

$$12\pi = \pi \times \text{diameter}$$

Dividing by π, we find : Diameter $= \frac{12\pi}{\pi} = 12$ units.

Exercice 27. Correction de l'exercice 23

1. A semicircular flower bed has a diameter of 10 feet. Find the perimeter, which includes both the semicircular edge and the diameter.

Corrigé
The perimeter of a semicircle includes half the circumference of a full circle, plus the diameter.

$$P = \frac{\pi \cdot 10}{2} + 10 = 5\pi + 10$$

So, the perimeter is $5\pi + 10$ feet.

2. A circle with a radius of 5 is inscribed in a square. Find the perimeter of the square.

Corrigé
Since the diameter of the circle is equal to the side length of the square, the side length of the square is $2 \times 5 = 10$. Thus, the perimeter of the square is :

$$P = 4 \times 10 = 40$$

So, the perimeter is 40 units.

3. Two circles of radius 6 intersect at one point. The maximum possible length of a line segment connecting a point on each circle is the sum of their diameters.

Corrigé
The diameter of each circle is $2 \times 6 = 12$. Therefore, the maximum segment length is :

$$12 + 12 = 24$$

So, the maximum length of the line segment is 24 units.

4. In a figure with a quarter circle of radius 7, a rectangle with length and width summing to 9.5 is inscribed. Calculate the perimeter of the quarter circle ?s boundary plus the rectangle.

Corrigé
The perimeter of the quarter circle is :

$$P_{\text{quarter circle}} = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 7 = \frac{7\pi}{2}$$

The rectangle has side lengths that add up to 9.5, so if the length is L and width is W, we have $L + W = 9.5$. Assuming appropriate dimensions for an inscribed rectangle, add this perimeter to that of the quarter circle.

5. A square and an equilateral triangle share a side. If the square's side is 4, find the perimeter of the composite figure.

Corrigé

The perimeter includes three sides of the square and three sides of the triangle, since they share one side.

$$P = 3 \times 4 + 3 \times 4 = 24$$

Therefore, the perimeter of the composite figure is 24 units.

Exercice 28. Correction de l'exercice 24

Exercise 1 : In triangle $\triangle ABC$, point D is the midpoint of side $\overline{BC}$, and $\overline{AD}$ is the perpendicular bisector of $\overline{BC}$. If the lengths of $AB = 5$ units and $AC = 5$ units, find the length of BC if D is equidistant from points B and C.

Corrigé

Solution : Since point D lies on the perpendicular bisector of $\overline{BC}$, we know that $BD = CD$. Since $AB = AC$, triangle $\triangle ABC$ is isosceles. By the property of the perpendicular bisector in an isosceles triangle, we can conclude that the length of BC is :

$$BC = 2 \times AB = 2 \times 5 = 10 \text{ units.}$$

Exercise 2 : In triangle $\triangle PQR$, the perpendicular bisectors of sides $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, and $\overline{RP}$ meet at point O, the circumcenter. If $PQ = 6$ units, $QR = 8$ units, and $RP = 10$ units, determine the radius of the circumcircle of triangle $\triangle PQR$.

Corrigé

Solution : We can use the circumradius formula R :

$$R = \frac{abc}{4K}$$

where a, b, and c are the side lengths of the triangle and K is the area of the triangle. To calculate K, we can use Heron's formula :

$$s = \frac{6+8+10}{2} = 12 \quad \text{(semi-perimeter).}$$

The area K is then :

$$K = \sqrt{s(s-6)(s-8)(s-10)} = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = \sqrt{576} = 24.$$

Now, applying the formula for R :

$$R = \frac{6 \times 8 \times 10}{4 \times 24} = \frac{480}{96} = 5 \text{ units.}$$

Exercise 3 : In quadrilateral $ABCD$, the perpendicular bisectors of sides $\overline{AB}$ and $\overline{CD}$ meet at point P. If $AB = 12$ units, $CD = 12$ units, and $\overline{AD} = 15$ units, find the distance from point P to side AD, given that P is equidistant from points A and D.

Corrigé

Solution : This problem involves applying the properties of the perpendicular bisector in a quadrilateral. Since P is equidistant from A and D, the distance from P to side AD can be calculated using the geometry of the quadrilateral. Since P lies on the perpendicular bisector of $\overline{AB}$ and $\overline{CD}$, and the opposite sides are equal in length, the distance sought is :

$$\text{Distance} = \frac{AD}{2} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ units.}$$

Exercise 4 : A circle has a diameter of 20 units. If P is a point on the perpendicular bisector of the diameter, calculate the distance from point P to the center of the circle.

Corrigé

Solution : The perpendicular bisector of a circle ?s diameter passes through its center. Since P is on this bisector, the distance from P to the center is 0 units, as P is exactly at the center of the circle.

$$\text{Distance from } P \text{ to center} = 0 \text{ units}.$$