Math93.com

TD 1 - Sixième
Solides et Volumes

Remarque

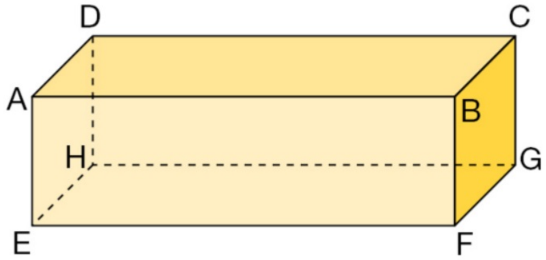
Les exercices dont l'intitulé est précédé du symbole (c) sont corrigés en fin de TD.

Table des matières

Partie I. Les pavés droits : perspective cavalière

Exercice 1. Perspective Cavalière d'un pavé droit

On a représenté ici un pavé droit en perspective cavalière.



1. Nommer ce pavé droit.

2. Quel est le sommet caché ?

3. Quelles sont les arêtes cachées ?

4. Donnez toutes les arêtes de même longueur que $[GH]$.

5. Donnez toutes les arêtes de même longueur que $[AE]$.

6. Donnez toutes les arêtes de même longueur que $[AD]$.

7. En réalité, quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?
Et sur cette perspective cavalière, quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

8. En réalité, quelle est la nature du quadrilatère $ABFE$?
Et sur cette perspective cavalière, quelle est la nature du quadrilatère $ABFE$?

9. En réalité, quelle est la nature du triangle EFG ?

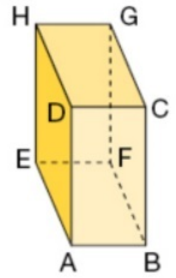
10. Donnez 4 arêtes perpendiculaire à l'arête $[AB]$.

11. Donnez les faces qui sont représentées par des rectangle dans cette perspective cavalière.

12. Donnez des faces parallèles.

13. Citer toutes les faces qui, dans la réalité, sont parallèles à la face $ABFE$.

Exercice 2. (c) Perspective Cavalière d'un pavé droit



Voici la représentation en perspective cavalière d'un pavé droit.

a. Quelles sont les arêtes cachées ? Quel est le sommet caché ?

b. Dans la réalité, que peut-on dire de la face CDHG ?

c. Dans la réalité, quelle est la mesure de l'angle EHD ?

d. Citer dans la réalité les arêtes perpendiculaires à l'arête [AD].

e. Citer dans la réalité deux faces :

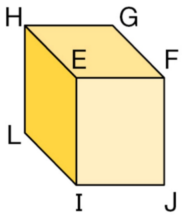
- parallèles ;
- perpendiculaires.

Exercice 3. Perspective Cavalière d'un pavé droit

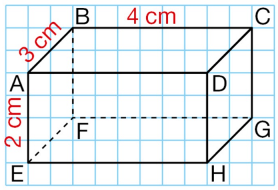
Voici un pavé droit tel que EF = 5 cm, EI = 6 cm, EH = 8 cm.

Dessiner en vraie grandeur la face :

a. EFJI **b.** EFGH **c.** EHLI



Exercice 4. Perspective Cavalière d'un pavé droit



a. Reproduire sur papier quadrillé cette représentation d'un pavé droit.

b. Placer les milieux I de l'arête [AB], J de l'arête [BC], K de l'arête [CD] et L de l'arête [AD]. Tracer le quadrilatère IJKL.

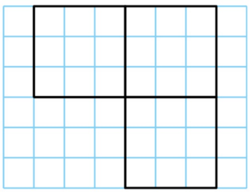
c. Construire en vraie grandeur la face ABCD et le quadrilatère IJKL.

Partie II. Les pavés droits : parmi les 11 patrons

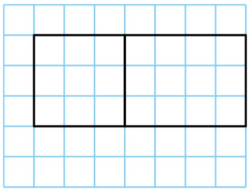
Exercice 5. Compléter un patron

Dans chaque cas, reproduire et compléter pour obtenir un patron de pavé droit.

a.



b.



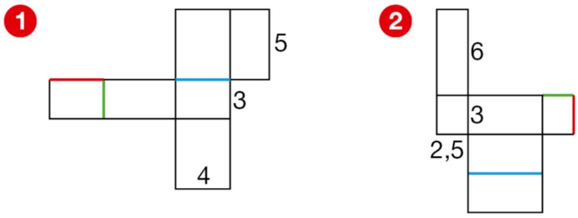
Exercice 6. Patrons d'un pavé droit

Pour chacun de ces patrons de pavé droit (dimensions en cm) :

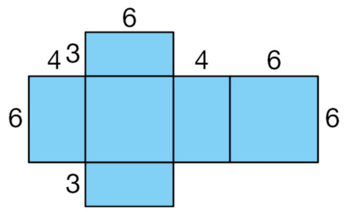
a. donner les longueurs des segments colorés en rouge, vert, bleu ;

b. construire le patron en vraie grandeur ;

c. découper et plier pour fabriquer le pavé droit.



Exercice 7. Patron d’un pavé droit ?



1. Cette figure est-elle le patron d’un pavé droit ?

2. Si oui, construire ce patron en vrai grandeur, le découper, plier pour former le pavé droit et coller la plus grande face sur votre cahier.

3. Sinon proposer une modification de la figure puis construire ce patron en vrai grandeur, le découper, plier pour former le pavé droit et coller la plus grande face sur votre cahier.

Exercice 8. Patron d'un Cube

Amandine veut construire un dé d'arête 1,5 cm.

Sur deux faces opposées, la somme des points est 7.

Construire un patron de ce dé et marquer les points.

Exercice 9. True or False

Affirmation 1

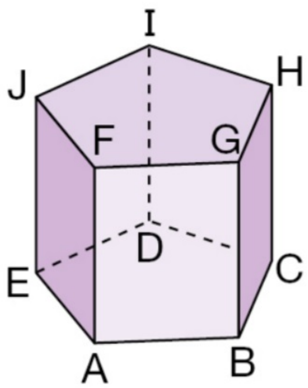
By connecting three edges of a cube, I form an equilateral triangle.

Is this statement True or False ?
Explain and illustrate with a figure.

Partie III. Autres polyèdres (*Polyhedrons*) : Prisme droit (*A right prism*)

Exercice 10. Un prisme droit

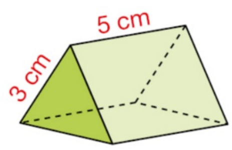
On considère le prisme droit ci-dessous :



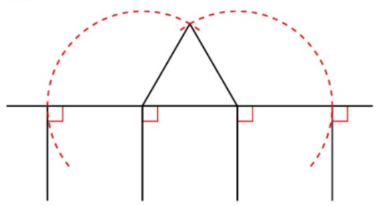
1. Nommer ce polyèdre avec les lettres de la figure.
2. Nommer les faces qui sont des quadrilatères.
 Quelle est la nature de ces quadrilatères.
3. Nommer les deux bases.
 Quelle est la nature de ces polygones.
4. Donner les arêtes parallèles à l'arête $[AF]$.
 Quelle autre propriété ont-elles ?
5. Donner un arête de même dimension que $[GH]$.
 Quelle autre propriété ont-elles ?
6. Quelles sont les arêtes perpendiculaires à $[ID]$?
7. Quelles sont les faces perpendiculaires aux bases ?

Exercice 11. Patron d'un prisme droit

Ce prisme droit a pour bases des triangles équilatéraux.



Voici une partie de la construction d'un patron de ce prisme droit.



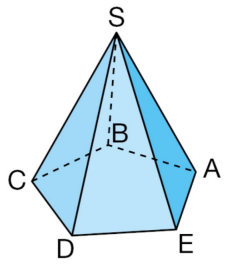
Construire en vraie grandeur ce patron de ce prisme droit en le complétant.

Partie IV. Autres polyèdres (*Polyhedrons*) : Pyramide régulière (*A regular pyramid*)

Exercice 12. Une pyramide

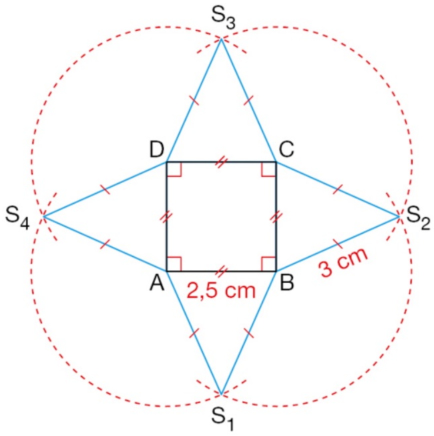
SABCDE est une pyramide régulière telle que SA = 4,5 cm et AB = 3 cm.

Construire en vraie grandeur le triangle SCD.



Exercice 13. Patron d'une pyramide

Construire la figure ci-dessous, découper le long de la ligne bleue, plier en suivant [AB], [BC], [CD] et [AD], faire se rejoindre les points S_1, S_2, S_3 et S_4.
Quel solide obtient-on ?

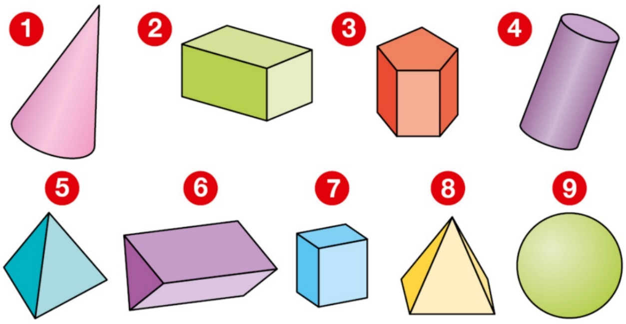


Partie V. Bilan sur les solides

Exercice 14. Identifier les types de solides

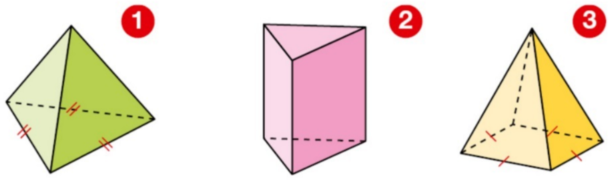
a. Citer la nature de chaque solide.

b. Pour les polyèdres, donner le nombre de sommets, d'arêtes et de faces.



Exercice 15. Dénombrer faces, arêtes et sommets

Voici des pyramides régulières et un prisme droit.

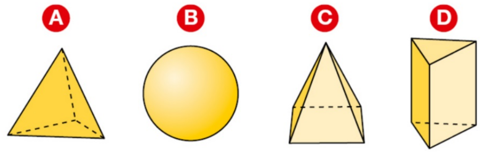


Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

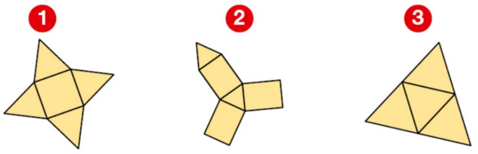
	Nom	Nombre de faces	Forme des faces latérales	Nombre de sommets	Nombre d'arêtes
1					
2					
3					

Exercice 16. Identifier les patrons

a. Un de ces quatre solides n'a pas de patron. Lequel ? Donner le nom des autres solides.



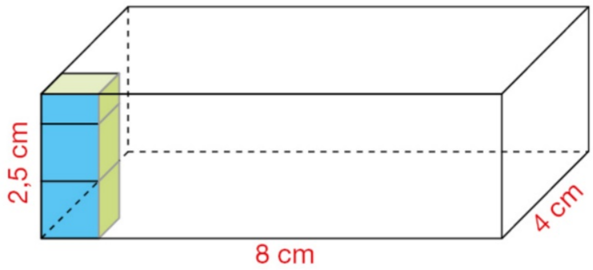
b. Attribuer chacun des patrons suivants à l'un des solides précédents.



Partie VI. Volume du pavé droit

Exercice 17. Volume d'un pavé droit

Un pavé droit a pour dimensions 4 cm, 8 cm et 2,5 cm.



1. On le remplit de cubes d'arête 1 cm.

a. Combien peut-on disposer de tels cubes sur le fond de 4 cm par 8 cm ?

b. Combien peut-on disposer de cubes d'arête 1 cm dans ce pavé droit ?

c. Quel est le volume de ce pavé droit ?

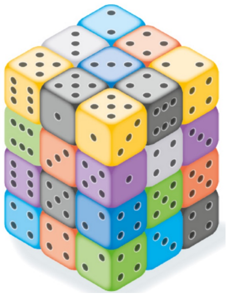
2. Retrouver le résultat de la question **1.c.** en utilisant la formule du volume d'un pavé droit.

Exercice 18. Volume d'un pavé droit

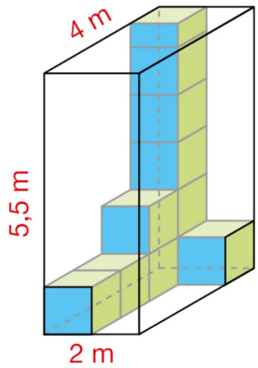
On a empilé des dés de façon à former un pavé droit : chaque dé est un cube d'arête 1 cm.

a. Quelles sont les dimensions de ce pavé droit ?

b. Quel est son volume ?



Exercice 19. Volume d'un pavé droit



On a commencé à remplir un pavé droit de dimensions 2 m, 4 m et 5,5 m avec des cubes identiques d'arête 1 m.

a. Combien de cubes contient ce pavé droit s'il est entièrement rempli de ces cubes ?

Quel est le volume de ce pavé droit ?

b. Retrouver ce résultat en utilisant la formule du volume d'un pavé droit.

Exercice 20. Volume d'un pavé droit

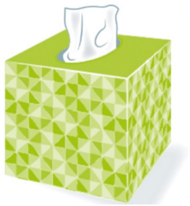
Un carton en forme de pavé droit est entièrement rempli de boîtes de mouchoirs.

Chaque boîte est un cube d'arête 1 dm.

Au fond du carton, on a disposé 8 rangées de 6 boîtes de mouchoirs. Puis, on a ajouté 5 autres couches identiques.

a. Quelles sont les dimensions de ce carton ?

b. Quel est son volume ?



Partie VII. Unités de volume et de contenance

Exercice 21. Convertir

Recopier et compléter.

1. $5 \text{ dm}^3 = \cdots \text{ cm}^3$
2. $5 \text{ mm}^3 = \cdots \text{ cm}^3$
3. $5 \text{ m}^3 = \cdots \text{ cm}^3$
4. $5 \text{ dam}^3 = \cdots \text{ cm}^3$
5. $5 \text{ L} = \cdots \text{ dL}$
6. $5 \text{ cL} = \cdots \text{ dL}$
7. $5 \text{ mL} = \cdots \text{ dL}$
8. $5 \text{ hL} = \cdots \text{ L}$
9. $12 \text{ m}^3 = \cdots \text{ L}$
10. $45\,000 \text{ cm}^3 = \cdots \text{ L}$
11. $500 \text{ L} = \cdots \text{ m}^3$
12. $0{,}025 \text{ m}^3 = 25 \cdots$
13. $25\,000 \text{ cm}^3 = 25 \cdots$

Exercice 22. (c) Une Piscine et un bol

1. Une piscine contient $42{,}5 \text{ m}^2$ d'eau.
   Exprimer ce volume en litres (L).
2. Un bol contient 350 mL de lait.
   Exprimer ce volume en dm^3.

Exercice 23. Une Piscine et des bouteilles

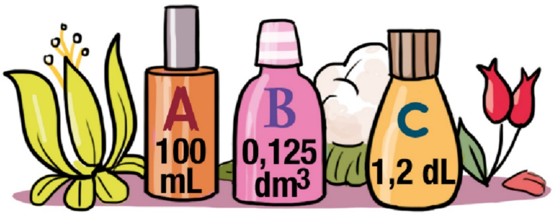
Combien de bouteilles de 1,5 L peut-on vider dans la piscine de l'exercice 22 ?

Exercice 24. Une baignoire

1. Mesurer les dimension de la baignoire de votre habitation.
2. En l'assimilant à un pavé droit, calculer son volume en litres (L), en dm^2, en cm^2 et en m^3.
3. Combien de bouteilles de 1,5 L contient-elle ?

Exercice 25. Des Flacons

Sur trois flacons de parfum, on peut lire :



Lequel de ces flacons contient le plus de parfum ?

Exercice 26. New York City Fire Department (FDNY)

« ***Engine companies***
FDNY engine companies are tasked with fire suppression, which includes : securing a water supply from a fire hydrant, deploying handlines, then extinguishing a fire. These units respond to other emergencies as well. The apparatus of an engine is known as a pumper truck, and carries a pump (usually 1,000-2,000 gallons per minute), a water tank (usually 500 gallons), fire hoses of varying diameters (usually 1 3/4", 2 1/2", 3 1/2" and 4") in 50' lengths, emergency medical services supplies, ground extension ladders, and an assortment of basic firefighting and rescue tools. There are 197 Engine Companies in the FDNY. »

Source : Wikipedia : New York City Fire Department

1. Convertir un gallon en Litres, en dm^2, en cm^2 et en m^3.
2. Combien de litres (L) contient la réserve d'eau d'un camion de pompier de la ville de New York.

Exercice 27. True or False

Affirmation 2

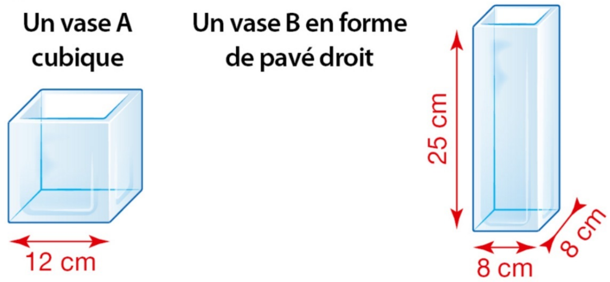
Pour remplir un réservoir d'eau de 1 m^3, je dois verser 50 seaux de 20 L.

Cette affirmation est-elle vraie ou fausse. Justifier votre réponse.

Exercice 28. Deux Vases

Voici deux vases.

Un vase A cubique — **Un vase B en forme de pavé droit**



Lola a entièrement rempli le vase B.

Si elle verse toute cette eau dans le vase A, est-ce que cela va déborder ? Justifier la réponse.

Partie VIII. Now We Can Talk !

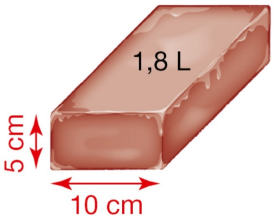
Exercice 29. Un Aquarium

1. Un aquarium a pour contenance 119 L.
   Convertir ce volume en dm^2, en cm^2 et en m^3.
2. Sa longueur est de 85 cm et sa largeur 35 cm.
   Calculer sa hauteur.

Exercice 30. In English

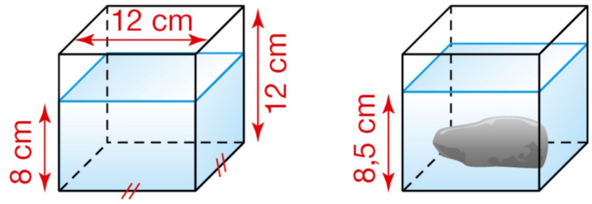
Raisonner • Calculer • Communiquer

Lauren divides 1,8 L of ice cream in 12 parts.
Every part is a parallelepiped of 10 cm length and 5 cm height.
Calculate the breadth of a slice.



Exercice 31. Volume d'un caillou

Raisonner • Calculer • Communiquer

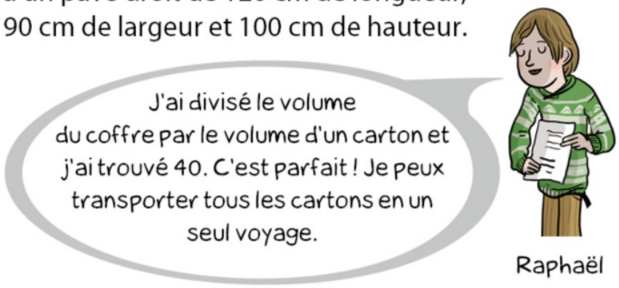


On plonge un caillou dans le cube de gauche et la nouvelle hauteur d'eau est 8,5 cm.
Quel est le volume du caillou ?

Exercice 32. Des cartons

Raisonner • Communiquer

Raphaël veut transporter 40 cartons dans sa voiture. Chaque carton a la forme d'un cube de 30 cm d'arête. Le coffre de la voiture de Raphaël peut être assimilé à un pavé droit de 120 cm de longueur, 90 cm de largeur et 100 cm de hauteur.



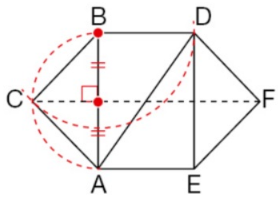
Ethan dit à Raphaël qu'il a fait une erreur de raisonnement.

a. Expliquer l'erreur de Raphaël.

b. Combien de cartons au maximum peut-il transporter dans son coffre ?

Exercice 33. Une construction

a. Construire une figure telle que celle ci-dessous en utilisant les codages et les instructions ci-après.
Les centres des cercles sont indiqués par •.



- Tracer le segment [AB] de longueur 9 cm.
- Placer le point C.
- Construire le rectangle ABDE.
- Construire F, symétrique de C par rapport à l'un des axes de symétrie du rectangle.

b. Découper et replier le patron. Décrire le solide obtenu.

Exercice 34. Nombre de faces, d'arêtes et de sommets (**)

1. Déterminer, en justifiant votre réponse, le nombre de faces, de sommets et d'arêtes d'une pyramide régulière dont la base est un octogone.

2. Déterminer, en justifiant votre réponse, le nombre de faces, de sommets et d'arêtes d'un prisme droit dont la base est un polygone à 10 côtés.

3. Déterminer, en justifiant votre réponse, le nombre de faces, de sommets et d'arêtes d'une pyramide régulière dont la base est un polygone à n côtés, où n est un entier supérieur à 3.

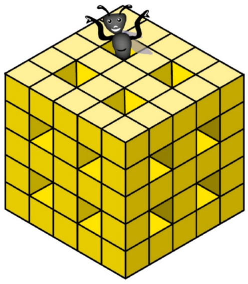
4. Déterminer, en justifiant votre réponse, le nombre de faces, de sommets et d'arêtes d'un prisme droit dont la base est un polygone à n côtés, où n est un entier supérieur à 3.

Exercice 35. Le mange Cube

Le mange-cubes

Potter Mite a dévoré ce gros cube en le traversant 12 fois de part en part à partir de ses faces.

Combien reste-t-il de petits cubes après le passage de ce parasite ?



D'après Rallye Irem Paris-Nord

Fin du TD

Partie IX. Corrections

Correction de l'exercice 2

Voici la représentation en perspective cavalière d'un pavé droit.

a. Quelles sont les arêtes cachées ? Quel est le sommet caché ?

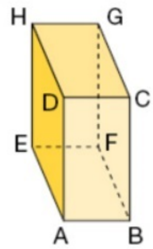
b. Dans la réalité, que peut-on dire de la face CDHG ?

c. Dans la réalité, quelle est la mesure de l'angle EHD ?

d. Citer dans la réalité les arêtes perpendiculaires à l'arête [AD].

e. Citer dans la réalité deux faces :

• parallèles ; • perpendiculaires.



Solution

a. Les arêtes cachées sont [BF], [EF] et [FG].
Le sommet caché est le point F.

b. Toutes les faces d'un pavé droit sont des rectangles.
Donc, dans la réalité, la face CDHG est un rectangle.

c. EHD est un angle du rectangle ADHE.
Donc, dans la réalité, EHD = 90°.

d. La face ABCD est un rectangle, donc BAD = 90° et CDA = 90°.
La face ADHE est un rectangle, donc EAD = 90° et HDA = 90°.
Ainsi les arêtes [AB], [DC], [EA], [HD] sont perpendiculaires à l'arête [AD].

e. Les faces opposées ABCD et EFGH sont parallèles.
Les faces non opposées ABCD et ABFE sont perpendiculaires.

Conseils

• Le sommet caché est commun aux trois arêtes en pointillés.

• Seules les faces ABCD et EFGH sont représentées par des rectangles.
Toutes les autres faces sont représentées par des quadrilatères qui ne sont pas des rectangles, mais dont les côtés opposés sont parallèles. Ces quadrilatères sont des parallélogrammes.

Correction de l'exercice 22

Solution

a. 1 m^3 = 1 000 dm^3 = 1 000 L
Donc, pour obtenir la contenance en L, il faut **multiplier** le nombre de m^3 par **1 000**.
Ainsi :

$$42{,}5 \text{ m}^3 = 42{,}5 \times 1\,000 \text{ L} = 42\,500 \text{ L}$$

b. 1 mL = 1 cm^3 = 0,001 dm^3
Donc, pour obtenir le volume en dm^3, il faut **multiplier** le nombre de mL par **0,001**.
Ainsi :

$$350 \text{ mL} = 350 \times 0{,}001 \text{ dm}^3 = 0{,}35 \text{ dm}^3.$$

Conseils

• Quand on multiplie 42,5 par 1 000, le chiffre des unités (2) devient le chiffre des milliers.

		m^3			dm^3
			hL	daL	L
	4	2,	5		
	4	2	5	0	0

• Quand on multiplie 350 par 0,001, le chiffre des unités (0) devient le chiffre des millièmes.

		dm^3			cm^3
daL	hL	L	dL	cL	mL
			3	5	0
		0,	3	5	0