Math93.com

Le théorème de Thalès

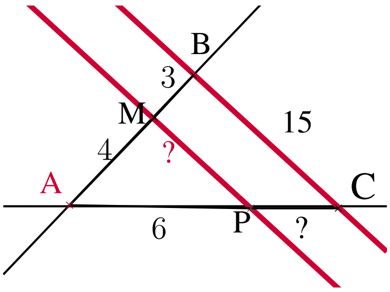
Troisième / Quatrième

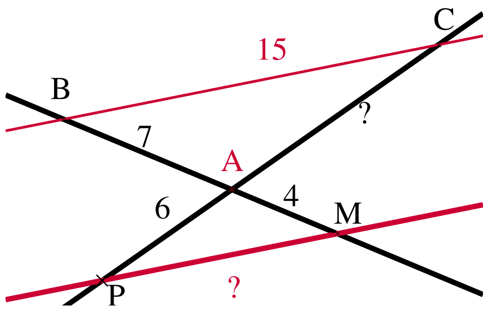
I. Thalès Direct : pour calculer des distances

Théorème 1 (Théorème de Thalès (*intercept theorem en anglais*))

Si
- ❏ Les points A, M, B et A, P, C sont alignés sur deux droites sécantes en A;
- ❏ Les droites (BC) et (MP) sont parallèles .

Alors $$\boxed{\frac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B}=\frac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C}=\frac{MP}{BC}}$$





Exemple 1 (Application directe du théorème de Thalès)

Calculons MP et AC.

- **Données**
  - ❏ Les points A, M, B et A, P, C sont alignés sur deux droites sécantes en A;
  - ❏ Les droites (BC) et (MP) sont parallèles .

- **Le théorème**
  Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B}=\frac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C}=\frac{MP}{BC}$$

Puis en remplaçant par les valeurs

$$\frac{4}{7}=\frac{6}{AC}=\frac{MP}{15}$$

On a donc 3 égalités utilisables, deux vont suffire

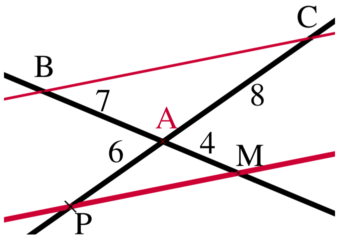
Pour calculer MP	**Pour calculer AC**
$\frac{4}{7}=\frac{MP}{15}$ puis par produit en croix $MP=\frac{4\times 15}{7}$	$\frac{4}{7}=\frac{6}{AC}$ puis par produit en croix $AC=\frac{7\times 6}{4}$
$\boxed{MP=\frac{60}{7}\approx 8,6 \text{ cm à } 0,1 \text{ cm près}}$	$\boxed{AC=\frac{42}{4}=10,5 \text{ cm}}$

II. Thalès Réciproque (*converse en anglais*) et contraposée (*contraposition*) : pour tester si des droites sont parallèles

Théorème 2 (Contraposée (*contraposition*) du théorème de Thalès (*intercept theorem*))

Si
- ❏ Les points A, M, B et A, P, C sont alignés sur deux droites sécantes en A;
- ❏ $\dfrac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B} \neq \dfrac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C}$

Alors Les droites (BC) et (MP) ne sont pas parallèles .



Exemple 2 (Rédaction type)

Exemple 2 : Les droites (MP) et (BC) sont-elles parallèles ?

- **Le test, avec mise au même dénominateur**.

D'une part :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{7} = \frac{16}{28}$$

D'autre part :

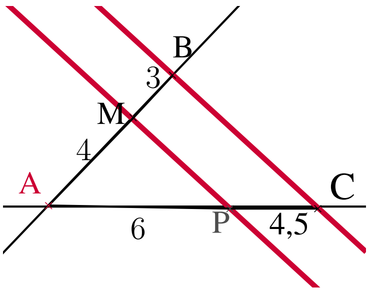
$$\frac{AP}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{21}{28}$$

- **Données**.
  - Les points A, M, B et A, P, C sont alignés sur deux droites sécantes en A ;
  - On n'a pas égalité des rapports : $\dfrac{AM}{AB} \neq \dfrac{AP}{AC}$.
- **Conclusion**.
  De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Thalès*, Les droites (BC) et (MP) ne sont pas parallèles.

Théorème 3 (Réciproque (*converse*) du théorème de Thalès)

Si
- ❏ Les points A, M, B et A, P, C sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en A;
- ❏ $\dfrac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B} = \dfrac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C}$

Alors Les droites (BC) et (MP) sont parallèles .



Exemple 3 (Rédaction type)

Exemple 3 : Les droites (MP) et (BC) sont-elles parallèles ?

- **Le test, avec mise au même dénominateur**.

D'une part :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{7} = \frac{12}{21}$$

D'autre part :

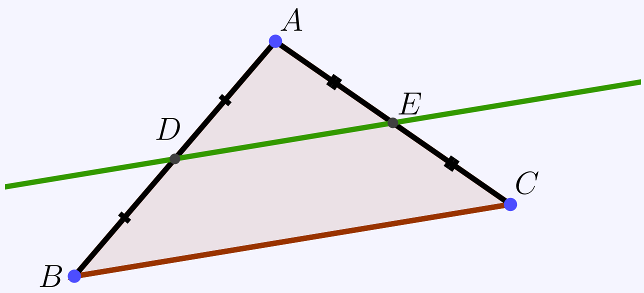
$$\frac{AP}{AC} = \frac{6}{10,5} = \frac{12}{21}$$

- **Données**.
  - Les points A, M, B et A, P, C sont alignés dans cet ordre ;
  - On a égalité des rapports : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AP}{AC}$.
- **Conclusion**.
  De ce fait, d'après la *réciproque du théorème de Thalès*, Les droites (BC) et (MP) sont parallèles.

III. Le théorème des milieux

Le **théorème des milieux** est un cas particulier du théorème de Thalès joint à sa réciproque.
No specific name in english, particular case of intercept theorem

Théorème 4 (Théorème des milieux)



Soit ABC un triangle.

- Si D est le milieu du segment [AB]
  et
- E le milieu du segment [AC]

Alors

1. $(DE)//(BC)$
   et
2. $DE = \frac{1}{2}BC$ ou $BC = 2\,DE$

Théorème 5 (Réciproque du théorème des milieux)

Si une droite passe par le milieu d'un des côtés d'un triangle et si elle est parallèle à un autre côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu1.