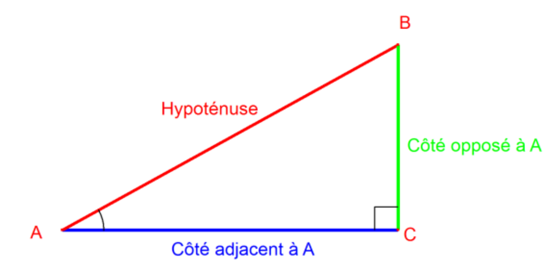
Trigonométrie : BILAN

I - Formulaire.

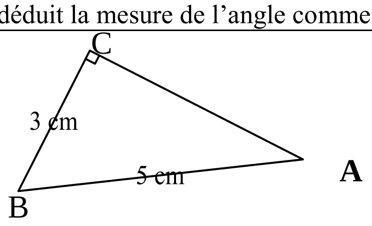
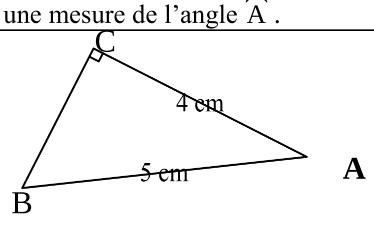
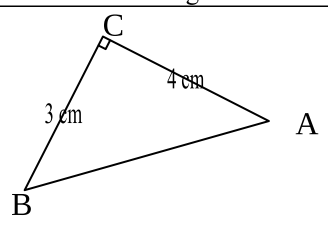
	$cos\ \hat{A} = \frac{\text{Côté adjacent à } \hat{A}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AC}{AB}$	**COS - ADJ - HYP**
	$sin\ \hat{A} = \frac{\text{Côté opposé à } \hat{A}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{BC}{AB}$	**SIN - OPP - HYP**
	$tan\ \hat{A} = \frac{\text{Côté opposé à } \hat{A}}{\text{Côté adjacent à } \hat{A}} = \frac{BC}{AC}$	**TANGE - OPP - ADJ**

II - Calculer une mesure d'angle connaissant un sinus un cosinus ou une tangente.

$\sin \widehat{A} = \frac{1}{3}$ $\boxed{\widehat{A} = Arcsin\left(\frac{1}{3}\right) = sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \approx 19°}$	$\cos \widehat{A} = \frac{1}{3}$ $\boxed{\widehat{A} = Arccos\left(\frac{1}{3}\right) = cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \approx 71°}$	$\tan \widehat{A} = \frac{1}{3}$ $\boxed{\widehat{A} = Arctan\left(\frac{1}{3}\right) = tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \approx 18°}$
Sur la calculatrice tapez : SCHIFT ou 2nd puis SIN puis 1/3.	*Sur la calculatrice tapez :* SCHIFT ou 2nd puis COS puis 1/3.	*Sur la calculatrice tapez :* SCHIFT ou 2nd puis TAN puis 1/3.

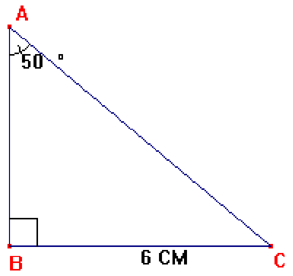
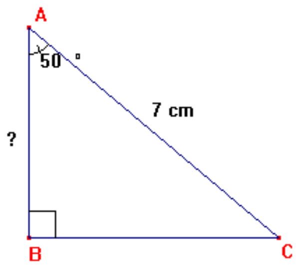
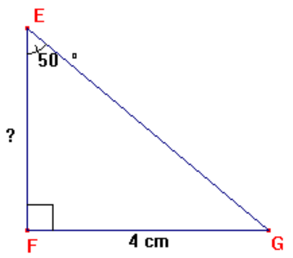
III – Calculer une mesure d'angle connaissant 2 côté d'un triangle rectangle.

1. On précise que l'on se place dans un triangle rectangle.
2. On écrit la relation trigonométrique qui nous donne la valeur du cosinus, du sinus ou de la tangente de l'angle.
3. On en déduit la mesure de l'angle comme dans le (II).

Exemple 1  On veut calculer une mesure de l'angle $\widehat{A}$.	• Le triangle ABC est rectangle en C. • Donc $sin\ \widehat{A} = \frac{BC}{BA} = \frac{3}{5}$ • $\boxed{\widehat{A} = Arcsin\left(\frac{3}{5}\right) = sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \approx 37°}$ Remarque : Si l'on utilise le cosinus ou la tangente, il nous manque la valeur de CA.
Exemple 2  On veut calculer une mesure de l'angle $\widehat{A}$.	• Le triangle ABC est rectangle en C. • Donc $cos\ \widehat{A} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$ • $\boxed{\widehat{A} = Arccos\left(\frac{4}{5}\right) = cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) \approx 37°}$ Remarque : Si l'on utilise le sinus ou la tangente, il nous manque la valeur de BC.
Exemple 3 	• Le triangle ABC est rectangle en C. • Donc $tan\ \widehat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$ • $\boxed{\widehat{A} = Arctan\left(\frac{3}{4}\right) = tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 37°}$

IV – Calculer une longueur connaissant 1 côté et 1 angle d'un triangle rectangle.

1. On précise que l'on se place dans un triangle rectangle.
2. On écrit la relation trigonométrique qui nous donne la valeur du cosinus, du sinus ou de la tangente de l'angle en fonction d'un côté connu et de celui que l'on cherche.
3. Après un petit « produit en croix », on écrit une relation entre la longueur cherchée et les 2 autres données.
4. On en déduit la mesure du côté.

 On veut calculer la longueur de l'hypoténuse AC.	• Le triangle ABC est rectangle en B. • Donc $\sin(\widehat{A}) = \frac{BC}{AC}$ Soit $\sin(50°) = \frac{6}{AC}$. • Donc $AC = \frac{6}{\sin(50°)} \approx$ **<u>7,83 cm à 0,01cm près.</u>** <u>Remarque</u> : Avec $\cos(\widehat{A}) = \cos(50°) = \frac{AB}{AC}$, on ne peut rien faire. Avec $\tan(\widehat{A}) = \tan(50°) = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{AB}$ on peut calculer AB.
 On veut calculer la longueur AB.	• Le triangle ABC est rectangle en B. • Donc $\cos(\widehat{A}) = \frac{AB}{AC}$ Soit $\cos(50°) = \frac{AB}{7}$. • Donc $AB = 7 \times \cos(50°) \approx$ **<u>4,5 cm à 0,1cm près.</u>**
 On veut calculer la longueur EF.	• Le triangle EFG est rectangle en F. • Donc $\tan(\widehat{E}) = \frac{FG}{EF}$ Soit $\tan(50°) = \frac{4}{EF}$. • Donc $EF = \frac{4}{\tan(50°)} \approx$ **<u>3,37 cm à 0,01cm près.</u>**

V – Propriétés.

1. Encadrement.

Pour tout angle aigu $\widehat{A}$ d'un triangle rectangle on a :

$$\boxed{0 < \cos\widehat{A} < 1} \quad et \quad \boxed{0 < \sin\widehat{A} < 1}$$

Généralisation (Niveau seconde)

Pour tout réel x on a

$$\boxed{-1 \leq \cos x \leq 1} \quad et \quad \boxed{-1 \leq \sin x \leq 1}$$

2. Propriété.

Pour tout angle aigu $\widehat{A}$ d'un triangle rectangle on a :

$$\boxed{\cos^2\widehat{A} + \sin^2\widehat{A} = 1} \qquad et \qquad \boxed{\tan\widehat{A} = \frac{\sin\widehat{A}}{\cos\widehat{A}}}$$

(Sous réserve d'existence pour la 2ème, ces propriétés sont aussi vraies pour tout réel x)