



Math93.com

Statistiques Descriptives

Troisième / Quatrième



Français / English

Attention aux faux amis en anglais :

- effectif / *frequency* (false friend)
- effectif cumulé / *cumulative frequency* (false friend)
- fréquence / *relative frequency*

I. Effectifs (*frequency*) et fréquences (*relative frequency*)

I.1 Statistique

Définition 1

La statistique est une science qui étudie quantitativement les **caractères** des éléments (ou individus) d'une population. Les valeurs x_i du caractère sont appelées **modalités**.

La **modalité** x_i peut être la couleur des voitures présentes sur un parking ou une valeur numérique comme le nombre inscrit sur la face d'un dé cubique.



Exemple

- Si on lance un dé cubique dont les 6 faces sont numérotées de 1 à 6 et que l'on note les résultats obtenus :
 - La population : les faces du dé ;
 - Le caractère : l'entier écrit sur la face ;
 - Les modalités : des nombres entiers de 1 à 6.
- Si on fait un sondage dans une classe sur le nombre d'écrans à la maison des élèves on a :
 - La population : les élèves ;
 - Le caractère : le nombre d'écrans à la maison ;
 - Les modalités : des entiers 0, 1, 2, 3, 4 ..

I.2 Effectifs (*frequency*) et fréquences (*relative frequency*)

Définition 2

Dans une série statistique

- l'**effectif** d'une valeur x_i est le nombre de données de la population prenant cette valeur, on la note n_i ;
- la **fréquence** est le quotient de l'effectif de la valeur (n_i) par l'effectif total (noté N), on la note souvent f_i .

$$f_i = \frac{n_i}{N} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

I.3 Exemple 1



Exemple

On lance un dé cubique dont les 6 faces sont numérotées de 1 à 6 et on note les résultats obtenus.

Valeurs x_i	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs n_i	5	10	5	7	3	10	40
Fréquences f_i	$\frac{5}{40} = 12,5\%$	$\frac{10}{40} = 25\%$	12,5%	17,5%	7,5%	25%	100%

I.4 Effectifs cumulés croissants (*cumulative frequency*)Définition 3 (Effectifs cumulés croissants (*cumulative frequency*))

On étudie un caractère quantitatif dans une population : ses valeurs sont numériques et on les note x_i .

- L'**effectif cumulé croissant** d'une valeur x_i est la somme des effectifs de toutes les valeurs du caractère inférieures ou égales à x_i .
- La **fréquence cumulée croissante** d'une valeur x_i est la somme des fréquences de toutes les valeurs du caractère inférieures ou égales à x_i .

I.5 Exemples



Exemple 1

En reprenant l'exemple 1 précédent.

Valeurs x_i	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs n_i	5	10	5	7	3	10	40
ECC	5	$5 + 10 = 15$	$15 + 5 = 20$	$20 + 7 = 27$	30	40	...
Fréquences f_i	$\frac{5}{40} = 12,5\%$	$\frac{10}{40} = 25\%$	12,5%	17,5%	7,5%	25%	100%
FCC	12,5%	37,5%	50%	67,5%	75%	100%	...



Exemple 2

Dans votre classe, résumez dans ce tableau les données d'un sondage demandant le nombre d'écrans dans votre foyer.

Valeurs x_i									Total
Effectifs n_i									
ECC									...
Fréquences f_i									100%
FCC									...

II. Caractéristiques

II.1 Caractéristiques de position

II.1.1 Moyenne (*average, mean*)

Définition 4 (Moyenne (*average, mean*))

- La **moyenne** dite pondérée de cette série statistique, notée \bar{x} , est le quotient

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$$

- Cette moyenne peut aussi s'obtenir avec les fréquences :

$$\bar{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_px_p$$

Valeurs x_i	x_1	x_1	...	x_p
Effectifs n_i	n_1	n_1	...	n_p
Fréquences f_i	f_1	f_1	...	f_p



Exemple 1

Valeurs x_i	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs n_i	5	10	5	7	3	10	40
Fréquences f_i	$\frac{5}{40} = 12,5\%$	$\frac{10}{40} = 25\%$	12,5%	17,5%	7,5%	25%	100%

La moyenne s'obtient alors de deux façons :

$$\bar{x} = \frac{5 \times 1 + 10 \times 2 + \dots + 10 \times 6}{5 + 10 + \dots + 10} = \frac{143}{40} = \underline{3,575} \quad \text{ou} \quad \bar{x} = 0,125 \times 1 + 0,25 \times 2 + \dots + 0,25 \times 6 = \underline{3,575}$$



Exemple 2

Valeurs x_i									Total
Effectifs n_i									
Fréquences f_i									100%

II.1.2 La médiane (*median*)

Définition 5 (Médiane (*median*))

Soient x_1, x_2, \dots, x_N une série statistique quantitative de N valeurs. La **médiane** d'une série statistique, notée M_e est **une** valeur telle que :

- au moins 50% des valeurs de la série soient inférieures ou égales à M_e ;
- et au moins 50% des valeurs de la série soient supérieures ou égales à M_e ;

Exemple A Effectif total impair

9 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 21 ; 24 ; 26

4 valeurs médiane 4 valeurs

Dans ce cas, on prend pour médiane :

$$M = 16 \leftarrow 16 \text{ est une valeur de la série.}$$

Environ 56 % des valeurs (5 sur 9) sont inférieures ou égales à M et environ 56 % des valeurs sont supérieures ou égales à M .

Exemple B Effectif total pair

7 ; 9 ; 11 ; 14 ; 15 ; 16

3 valeurs 3 valeurs

Dans ce cas, on prend pour médiane la demi-somme de 11 et de 14 :

$$M = \frac{11 + 14}{2} = 12,5 \leftarrow 12,5 \text{ n'est pas une valeur de la série.}$$

50 % des valeurs (3 sur 6) sont inférieures ou égales à M et 50 % des valeurs sont supérieures ou égales à M .

En pratique en fait :

Définition 6 (Médiane (*median*))

Soient x_1, x_2, \dots, x_N une série statistique quantitative de N valeurs ordonnées. La **médiane** d'une série statistique, notée M_e est **une** valeur telle que :

- si N est impair, la valeur « du milieu » c'est à dire la valeur de rang : $\frac{N+1}{2}$;
- si N est pair, toute valeur située entre les valeurs de rang $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$.

On prendra souvent la moyenne des valeurs de rang $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$;



Exemple 1

Valeurs x_i	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs n_i	5	10	5	7	3	10	40
ECC	5	5 + 10 = 15	15 + 5 = 20	20 + 7 = 27	30	40	∞
Rangs des valeurs	1 ^{re} → 5 ^e	6 ^e → 10 ^e	11 ^e → 20 ^e	21 ^e → 27 ^e	28 ^e → 30 ^e	30 ^e → 40 ^e	∞

Dans l'exemple 1, il y a $N = 40$ valeurs, N est pair. On classe les données par ordre croissant et $N/2 = 20$.

- La valeur de rang 20 est 3 ;
- et celle de rang 21 est 4.

Une médiane possible est donc à prendre entre 3 et 4, on choisit généralement la moyenne soit $M_e = 3,5$.

**Exemple 2**

Valeurs x_i										Total
Effectifs n_i										
ECC										
Rangs										

Dans l'exemple 2, il y a $N = \dots\dots\dots$ valeurs, N est
 On classe les données par ordre croissant.

II.2 Caractéristiques de dispersion**II.2.1 L'étendue (range)****Définition 7 (L'étendue)**

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale de la série.

**Exemple 1**

Dans l'exemple 1, l'étendue est : $e = 6 - 1 = 5$

**Exemple 2**

Dans l'exemple 2, l'étendue est : $e = \underline{\hspace{2cm}}$

III. Compléments : La calculatrice TI-34

Je vous propose de faire l'exemple proposé sur le manuel de la TI-34 : [Lien vers TI34-Statistics](#).

↔ **Fin du cours** ↔