Math93.com

Triangles Semblables

Troisième (cycle 4)

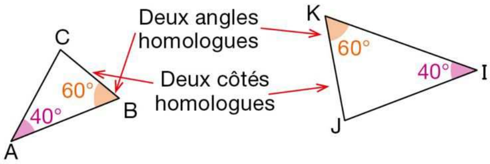
I Triangles semblables : Angles

Définition 1 (Triangles semblables)

Des triangles sont semblables lorsqu'ils ont leurs angles deux à deux de même mesure. Les angles égaux sont dits **homologues** et les sommets (ou côtés opposés) de ces angles sont aussi **homologues**.

Exemple

$\widehat{ABC} = \widehat{JKI} = 60°$ et $\widehat{BAC} = \widehat{JIK} = 40°$.
$\widehat{ACB} = \widehat{IJK} = 180° - (60° + 40°) = 80°$
Les triangles ABC et IJK ont leurs angles deux à deux de même mesure, donc ils sont semblables.



Propriété 1 (Triangles semblables : condition suffisante)

Si deux triangles ont deux angles deux à deux de même mesure, alors ces triangles sont semblables.

II Triangles semblables : longueurs

Propriété 2 (Longueurs)

Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs de leurs côtés sont deux à deux proportionnelles.

Exemple

On écrira toujours les sommets homologues les uns sous les autres.

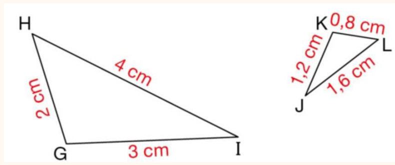
Dans l'exemple précédent, les triangles $\begin{cases} ABC \\ IKJ \end{cases}$ sont semblables.. On a donc :

$$\frac{AB}{IK} = \frac{AC}{IJ} = \frac{BC}{KJ}$$

Propriété 3 (Triangles semblables : Condition suffisante)

Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles, alors ils sont semblables.

Exemple 2



Exemple 2

On classe les côtés par ordre croissants et on fait les rapports (grands/petits) afin d'obtenir l'éventuel coefficient d'agrandissement ou (petits/grands) afin d'avoir celui de réduction.

$$\begin{cases} \dfrac{GH}{KL} = \dfrac{2}{0,8} = 2,5 \\ \dfrac{GI}{JK} = \dfrac{3}{1,2} = 2,5 \\ \dfrac{HI}{JL} = \dfrac{4}{1,6} = 2,5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \text{les rapports sont égaux donc } \begin{cases} GHI \\ KLJ \end{cases} \text{ sont semblables.} \\ \text{et GHI est un agrandissement de KLJ de rapport 2,5.} \end{cases}$$