Math93.com

Homothétie et effets des agrandissements

Troisième

I. Homothétie (*in english Homothety*)

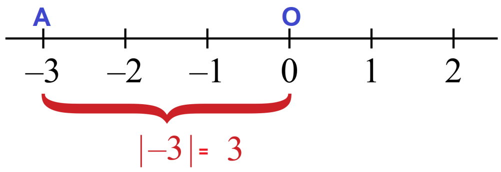
I.1 Valeur absolue ou distance à zéro (*absolute value or modulus*) : $|k|$

Définition 1

La **valeur absolue (ou distance à zéro) d'un nombre k**, notée $|k|$, est la distance sur un axe gradué entre le point origine $O(0)$ et le point $A(k)$. En anglais on parle de *absolute value or modulus* .

Par exemple :

- la valeur absolue de 3 est $|3| = 3$;
- la valeur absolue de -3 est $|-3| = 3$;

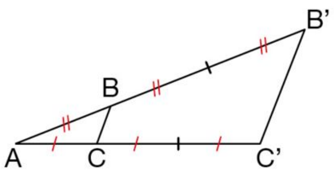


I.2 Définition d'une Homothétie (*in english Homothety*)

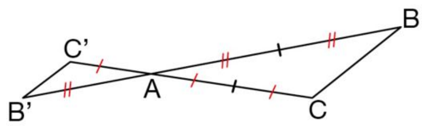
Définition 2

- **L'homothétie de rapport k** (non nul) permet d'agrandir ou de réduire une figure à partir d'un point choisi comme centre, dans le rapport $|k|$.
- On dit qu'une homothétie de rapport k avec :
  - ■ $|k| > 1$, est un agrandissement de rapport $|k|$;
  - ■ $|k| < 1$, est une réduction de rapport $|k|$.

Exemples



AB′C′ est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre A et de rapport 3.
• B et B′ (respectivement C et C′) sont alignés avec A et du **même côté par rapport à A**.
• Les droites (BC) et (B′C′) sont parallèles.
• AB′ = 3 × AB ; AC′ = 3 × AC ; B′C′ = 3 × BC.



AB′C′ est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre A et de rapport – 0,5.
• B et B′ (respectivement C et C′) sont alignés avec A et **de part et d'autre de A**.
• Les droites (BC) et (B′C′) sont parallèles.
• AB′ = 0,5 × AB ; AC′ = 0,5 × AC ; B′C′ = 0,5 × BC.

I.3 Construction de l'homothétique d'un point

Méthode

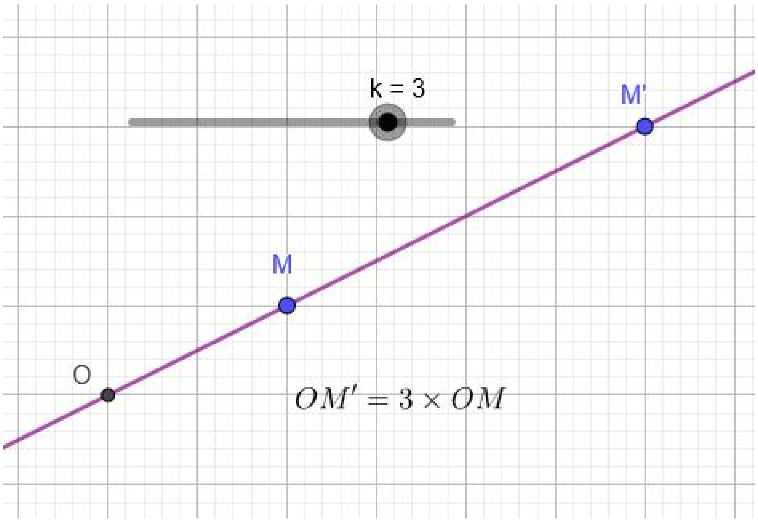
En pratique pour construire l'image $M' = h(M)$ d'un point M par une homothétie h de centre O et de rapport k (M' s'appelle l'homothétique de M), il faut :

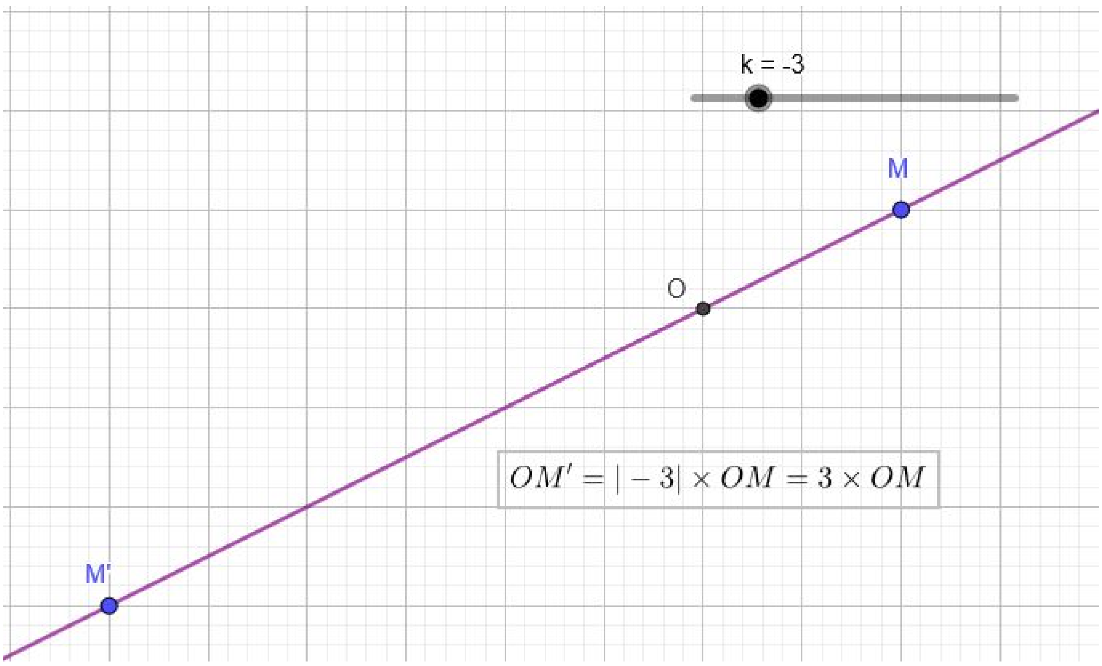
1. tracer la droite (OM), puis :
2. si k est positif, placer sur (OM) le point M' tel que le sens de O vers M soit le même que celui de O vers M' et tel que la longueur du segment $[OM']$ soit égale à k fois la longueur du segment $[OM]$;
3. si k est négatif, placer sur (OM) le point M' tel que le sens de O vers M soit l'opposé que celui de O vers M' et tel que la longueur du segment $[OM']$ soit égale à $|k|$ fois la longueur du segment $[OM]$.

Alors M' est l'homothétique de M.

I.4 Exemples

Voir sur geogebra : https://www.geogebra.org/classic/prbzkf6h





II. Agrandissement et réduction

Définition 3

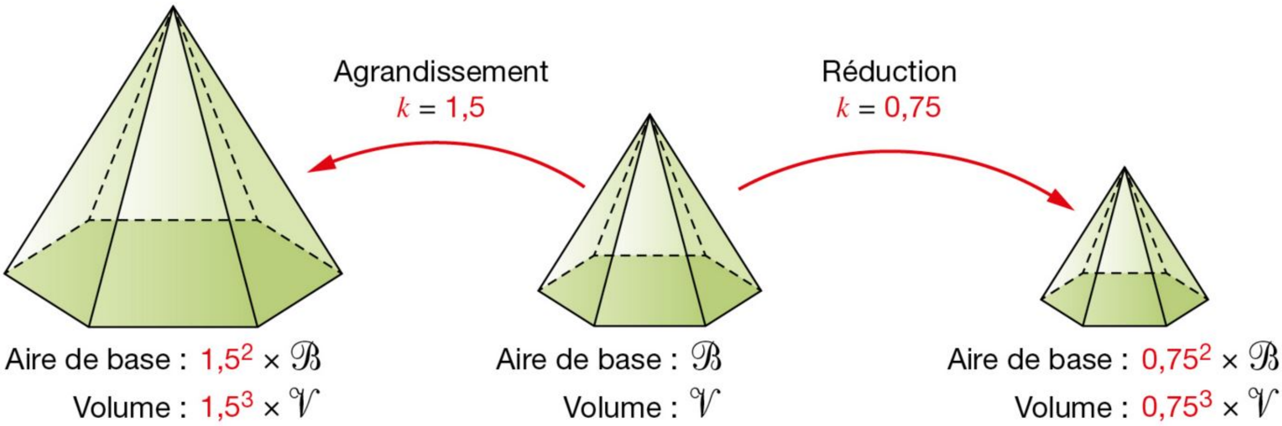
Agrandir ou réduire une figure c'est construire une figure de même forme en multipliant les longueur par k, un nombre positif.

- Si $k > 1$ c'est un agrandissement ;
- Si $0 < k < 1$ c'est une réduction ;
- si $k = 1$ c'est une reproduction.

Propriété 1

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

1. les longueurs sont multipliées par k ;
2. les angles sont conservés ;
3. les aires sont multipliées par k^2 ;
4. les volumes sont multipliés par k^3.



Fin du cours