Math93.com

Devoir Surveillé n°B1
Correction

Troisième
Bilan 1
Durée 1 heure - Coeff. 6
Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. 6 points

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 7 à ce nombre ;
- Soustraire 7 au nombre choisi au départ ;
- Multiplier les deux résultats précédents ;
- Ajouter 50.

1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 2, alors le résultat obtenu est 5.

Corrigé (1 pt)

Choix du nombre	2
Ajouter 7	$2+7=9$
Soustraire 7 au nombre de départ	$2-7=-5$
Multiplier les résultats	$9\times(-5)=-45$
Ajouter 50	$-45+50=5$

En partant de 2 on obtient bien 5.

2. Quel est le résultat obtenu avec ce programme si le nombre choisi au départ est -10 ?

Corrigé (1 pt)

Choix du nombre	-10
Ajouter 7	$-10+7=-3$
Soustraire 7 au nombre de départ	$-10-7=-17$
Multiplier les résultats	$-3\times(-17)=51$
Ajouter 50	$51+50=101$

En partant de -10 on obtient 101.

3. Un élève s'aperçoit qu'en calculant le double de 2 et en ajoutant 1, il obtient 5, le même résultat que celui qu'il a obtenu à la question 1.

Il pense alors que le programme de calcul revient à calculer le double du nombre de départ et à ajouter 1.

A-t-il raison ?

Corrigé (1 pt)

Il a tort car si on part de -10 on obtient 101 or :

$$2\times(-10)+1=-19\neq 101$$

4. Si x désigne le nombre choisi au départ, montrer que le résultat du programme de calcul est $x^2 + 1$.

Corrigé (1,5 pt)

Choix du nombre	x
Ajouter 7	$x + 7$
Soustraire 7 au nombre de départ	$x - 7$
Multiplier les résultats	$(x + 7) \times (x - 7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$
Ajouter 50	$x^2 - 49 + 50 = x^2 + 1$

En partant de x on obtient $x^2 + 1$.

5. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ du programme de calcul pour obtenir 17 comme résultat ?

Corrigé (1,5 pt)

On cherche x pour que $x^2 + 1 = 17$ soit :

$$\begin{aligned} x^2 + 1 = 17 &\iff x^2 - 16 = 0 \\ &\iff x^2 - 4^2 = 0 \\ &\iff (x+4)(x-4) = 0 \quad \text{C'est une EPN, donc par théorème} \\ &\iff x + 4 = 0 \ \text{ ou } \ x - 4 = 0 \end{aligned} \qquad \iff \underline{x = -4 \ \text{ ou } \ x = 4}$$

Exercice 2. 7 points

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes.

1. Donner la notation <u>scientifique</u> puis <u>décimale</u> du nombre :

$$A = \frac{5 \times 10^3 \times 0,7 \times 10^{-5}}{10^2 \times 35 \times 10^{-7}}$$

Corrigé (2 pts)

$$A = \frac{5 \times 0,7}{35} \times \frac{10^3 \times 10^{-5}}{10^2 \times 10^{-7}}$$
$$A = \frac{5 \times 7 \times 10^{-1}}{35} \times \frac{10^{-2}}{10^{-5}}$$
$$A = 10^{-1} \times 10^{-2-(-5)}$$
$$A = \underline{10^2 = 100}$$

2. On donne $B = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ et $C = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$.
Calculer le Plus Grand Commun Diviseur des entiers B et C.

Corrigé (1,5 pt)

Le Plus Grand Commun Diviseur des entiers B et C s'obtient en multipliant les facteurs premiers communs aux deux nombres soit :

$$\begin{cases} B = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} \times \boxed{5} \times 5 \times boxed7 = \boxed{210} \times 10 \\ C = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3 \times \boxed{5} \times \boxed{7} \times 7 = \boxed{210} \times 21 \end{cases} \implies PGCD(B, C) = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$

3. Factoriser l'expression :

$$D = (2x+1)^2 - (3x+2)^2$$

Corrigé (1,5 pt)

$$\begin{aligned}
D &= (2x+1)^2 - (3x+2)^2 \\
D &= \Big(2x+1-(3x+2)\Big)(2x+1+3x+2) \\
D &= \underline{(-x-1)(5x+3)}
\end{aligned}$$

4. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels l'équation :

$$(-3x-2)(-7x+4) = 0$$

Corrigé (2 pts)

$(-3x-2)(-7x+4) = 0$ C'est une EPN, donc par théorème

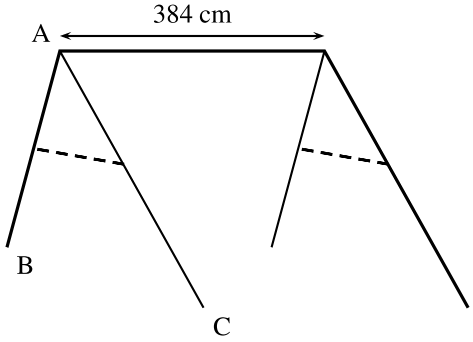
$$\begin{aligned}
(-3x-2)(-7x+4) = 0 &\iff -3x-2 = 0 \text{ ou } -7x+4 = 0 \\
&\iff -3x = 2 \text{ ou } -7x = -4 \\
&\iff \boxed{x = -\frac{2}{3} \text{ ou } x = \frac{4}{7}}
\end{aligned}$$

Exercice 3. 7 points

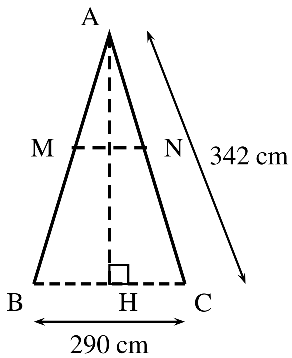
Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

Document 1 : croquis d'un portique

Vue d'ensemble



Vue de côté

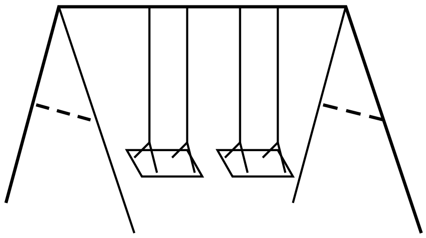


ABC est un triangle isocèle en A.
H est le milieu de [BC]
(MN)est parallèle à (BC).

: poutres en bois de diamètre 100 mm
: barres de maintien latérales en bois.

Document 2 : coût du matériel

Poutres en bois de diamètre 100 mm :
– Longueur 4 m : 12,99 € l'unité ;
– Longueur 3, 5 m : 11,75 € l'unité ;
– Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.
Barres de maintien latérales en bois :
– Longueur 3 m : 6,99 € l'unité ;
– Longueur 2 m : 4,75 € l'unité ;
– Longueur 1,5 m : 3,89 € l'unité.



Ensemble des fixations nécessaires pour un portique : 80 €.
Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

1. Déterminer la hauteur AH du portique, arrondie au cm près.

Corrigé (1,5 pt)

On sait d'après les données que H est le milieu du segment [BC], donc $HC = \dfrac{BC}{2} = 145$. Dans le triangle HAC rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} AC^2 &= HA^2 + HC^2 \\ 342^2 &= HA^2 + 145^2 \\ HA^2 &= 342^2 - 145^2 \\ HA^2 &= 116964 - 21025 \\ HA^2 &= 95939 \end{aligned}$$

Or HA est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} HA &= \sqrt{95939} \\ HA &\approx \underline{309{,}74 \text{ cm}} \end{aligned}$$

Conclusion $\text{AH} \approx 309,74$, soit <u>310 cm au centimètre près</u>.

2. Les barres de maintien doivent être fixées à 165 cm du sommet ($\text{AN} = 165$ cm). Montrer que la longueur MN de chaque barre de maintien est d'environ 140 cm.

Corrigé (1,5 pt)

On a avec (MN) parallèle à (BC) une situation de Thalès. On peut donc écrire :

$$\frac{\text{AN}}{\text{AC}} = \frac{\text{MN}}{\text{BC}} \text{ ou } \frac{165}{342} = \frac{\text{MN}}{290}.$$

Soit :

$$\text{MN} = 290 \times \frac{165}{342} \approx 139,9 \text{ soit environ } \underline{140 \text{ cm au centimètre près}}.$$

3. Montrer que le coût minimal d'un tel portique équipé de balançoires s'élève à 196,98 €.

Corrigé (1,5 pt)

Il faut :

– pour la poutre principale 1 poutre de 4 m ;

– pour les pieds 4 poutres de 3,5 m ;

– pour le maintien 2 barres de 1,5 m, soit :

$$12,99 + 4 \times 11,75 + 2 \times 3,89 = 66,77€$$

Plus les fixations et les deux balançoires, soit :

$$66,77 + 80 + 50 = 197,77€.$$

Ce n'est pas le coût minimal car, pour les barres de maintien au lieu de prendre 2 barres de 1,5 m à 3,89 €, on peut en prendre une de 3 m à 6,99 € et la couper en deux. Le coût est alors :

$$12,99 + 4 \times 11,75 + 6,99 + 80 + 50 = \underline{196,98€}$$

4. L'entreprise veut vendre ce portique équipé 20 % plus cher que son coût minimal. Déterminer ce prix de vente arrondi au centime près.

Corrigé (1 pt)

Ajouter 20 %, c'est multiplier par $1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,2$.

Le prix de vente sera donc : $196,98 \times 1,2 = 236,376 \approx \underline{236,38€}$.

5. Pour des raisons de sécurité, l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ doit être compris entre 45°et 55°.

Ce portique respecte-t-il cette condition ?

Corrigé (1,5 pt)

Dans le triangle rectangle en H, AHC, on a :

$$\sin \widehat{\text{HAC}} = \frac{\text{HC}}{\text{AC}} = \frac{145}{342}$$

On obtient

$$\widehat{HAC} = \arcsin\left(\frac{145}{342}\right) \approx 25{,}085\,9$$

La triangle BAC étant isocèle en A, on a donc $\widehat{BAC} = 2 \times \widehat{HAC} \approx 50,17$, donc le portique respecte la condition de sécurité.

Fin du devoir

Question Bonus

Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels l'équation :

$$x^2 - 2x + 1 = 9$$

Corrigé

$$\begin{aligned}
x^2 - 2x + 1 = 9 &\iff (x-1)^2 - 3^2 = 0 \\
&\iff (x-1-3)(x-1+3) = 0 \\
&\iff (x-4)(x+2) = 0 \quad \text{C'est une EPN, donc par théorème} \\
&\iff x-4=0 \text{ ou } x+2=0 \\
&\iff \boxed{x=4 \text{ ou } x=-2}
\end{aligned}$$