Math93.com

Devoir Surveillé n°1A
Correction

Troisième
Arithmétique
Durée 1 heure - Coeff. 4
Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice ***est autorisé****.*

Exercice 1. D'après Brevet — 4.5 points

1. **Expliquer simplement pourquoi la fraction $\dfrac{140}{870}$ n'est pas une fraction irréductible.**
   Le numérateur et le dénominateur sont pairs donc divisibles par 2. La fraction n'est donc pas irréductible.

2. **Décomposez les entiers 140 et 870 en produit de facteurs premiers (détaillez les calculs).**
   On obtient facilement :
   $$140 = 2^2 \times 5 \times 7 \quad \text{et} \quad 870 = 2 \times 3 \times 5 \times 29$$

3. **Calculer le plus grand commun diviseur de 140 et 870.**
   $$\begin{cases} 140 = \underline{10} \times 7 \\ 870 = \underline{10} \times 3 \times 29 \end{cases}$$
   Donc 10 est le plus grand diviseur commun de 140 et 870.

4. **Rendre alors irréductible la fraction $\dfrac{140}{870}$.**
   $$\frac{140}{870} = \frac{140 \div 10}{870} \div 10 = \boxed{\frac{14}{87}}$$

Exercice 2. Le jardinier — 4.5 points

Ottavia prend soin des fleurs de ses jardinières. Ainsi, elle arrose ses bégonias tous les 6 jours et ses géraniums tous les 4 jours. Aujourd'hui elle a arrosé ces deux variétés de fleurs .

1. **Dans combien de temps au minimum arrosera-t-elle à nouveau ces deux variétés ?**
   Pour déterminer dans combien de temps au minimum arrosera-t-elle à nouveau ces deux variétés on va calculer le PPCM de 6 et de 4. El listant les multiples des deux nombres on obtient :

Multiples de 6	Multiples de 4
6	4
<u>12</u>	8
18	<u>12</u>
6	4

   Le PPCM de 6 et de 4 est donc 12. Elle arrosera à nouveau ces deux variétés dans <u>12 jours</u>.

2. **Dans combien de temps arrosera-t-elle à nouveau ces deux variétés pour la 3e fois ?**
   Elle arrosera à nouveau ces deux variétés pour la 3e fois dans <u>$3 \times 12 = 36$ jours</u>

Exercice 3. Fraction irréductible ? — 2 points

Affirmation 1

Liv affirme « *Lorsque le numérateur d'une fraction est un nombre premier, alors cette fraction est irréductible.* »

Par exemple la fraction $\dfrac{2}{6}$ n'est pas irréductible car $\dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$ et pourtant son numérateur est 2, soit un nombre premier. L'affirmation est donc fausse.

Exercice 4. Un problème de pêcheurs (d'après Brevet 2017) 5 points

Deux amis discutent :

- *AUREL : Belle pêche ! Combien de poissons et de coquillages vas-tu pouvoir vendre au marché ?*
- *ANTOINE : En tout, je vais pouvoir vendre au marché 30 poissons et 500 coquillages.*

Antoine est un pêcheur professionnel. Il veut vendre des paniers contenant des coquillages et des poissons. Il souhaite concevoir le plus grand nombre possible de paniers identiques. Enfin, il voudrait qu'il ne lui reste aucun coquillage et aucun poisson dans son congélateur.

1. **Peut-il concevoir 15 paniers ?**
   Le nombre de panier doit être un diviseur commun de 30 et 500. Or 15 divise bien 30 mais il ne divise pas 500. En effet

   $$500 = 15 \times 33 + 5$$
   $$30 = 15 \times 2$$

   Il ne peut donc pas concevoir 15 paniers car il lui resterait 5 coquillages.

2. **Combien de paniers au maximum Antoine pourra t-il concevoir ? Justifier.**
   Le nombre de panier doit être un diviseur commun de 30 et 500 or on cherche le plus grand, soit le PGCD de 300 et 30.

   $$\begin{cases} 30 = 2 \times 3 \times 5 = 10 \times 5 \\ 500 = 2^2 \times 5^3 = 10 \times 30 \end{cases}$$

   Le PGCD de 30 et 500 est donc 10, il pourra faire <u>10 paniers</u>.

3. **Quelle sera la composition de chaque panier ? Justifier.**
   Chaque panier comportera <u>5 poissons et 30 coquillages</u>.

Exercice 5. Un problème de diviseurs 4 points

Á la fin d'une fête de village, tous les enfants présents se partagent équitablement les 397 ballons qui ont servi à la décoration. Il reste alors 37 ballons. L'année suivante, les mêmes enfants se partagent les 598 ballons utilisés. Il en reste alors 13. Combien d'enfants, au maximum, étaient présents ?

- Á la fin d'une fête de village, tous les enfants présents se partagent équitablement les 397 ballons qui ont servi à la décoration. Il reste alors 37 ballons. De ce fait le nombre n d'enfants est un diviseur de $397 - 37 = 360$.
- L'année suivante, les mêmes enfants se partagent les 598 ballons utilisés. De ce fait le nombre n d'enfants est un diviseur de $598 - 13 = 585$.
- Le nombre n d'enfants est donc un diviseur commun de 360 et 585, or on cherche le plus grand, soit le PGCD de 360 et 585 .

  $$\begin{cases} 360 = 45 \times 8 \\ 585 = 45 \times 13 \end{cases}$$

  Le PGCD de 360 et 585 est donc 45 ce qui nous donne le nombre d'enfants.

Fin du devoir