Math93.com

# Devoir Surveillé n°7
# Correction

## Troisième

**Fonctions affines, volumes**
**Durée 66 min - Coeff. 1.4**
**Noté sur 23 points**

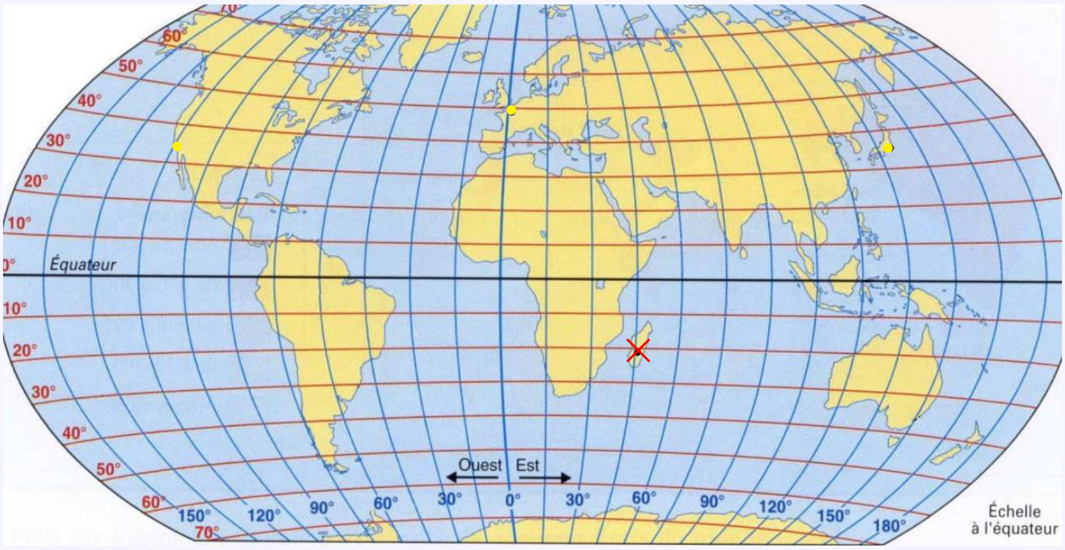
---

*L'usage de la calculatrice est autorisé.*

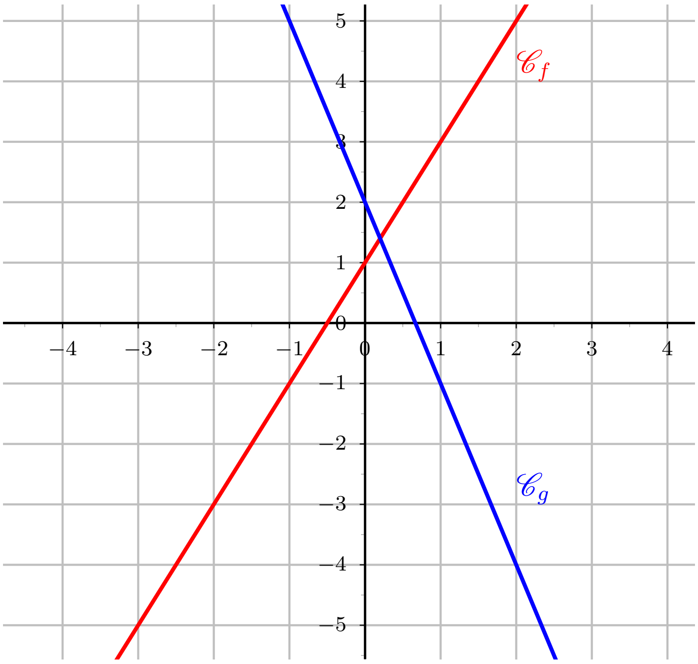
## Exercice 1. Coordonnées — 1 point

**A compléter sur cette feuille**

L'île de Madagascar a pour coordonnées géographiques (20 Sud ; 45 Est). Placer une croix sur le planisphère ci-dessous afin de marquer la position de l'île de Madagascar.



## Exercice 2. Lectures graphiques 2 points




Déterminer par lecture graphique et sans justification les expressions des fonctions affines $f$ et $g$ dont on a ici tracé les courbes représentatives.

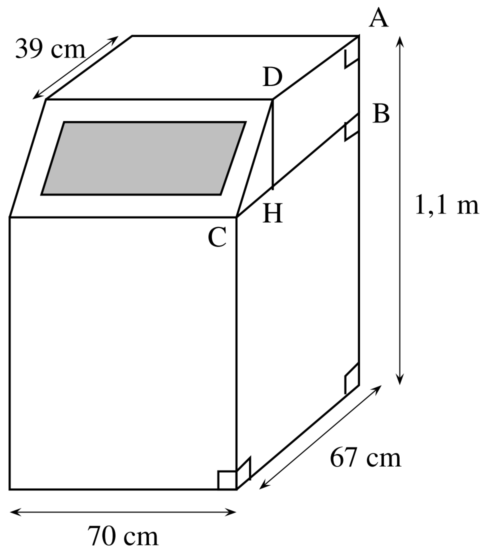
**Corrigé**

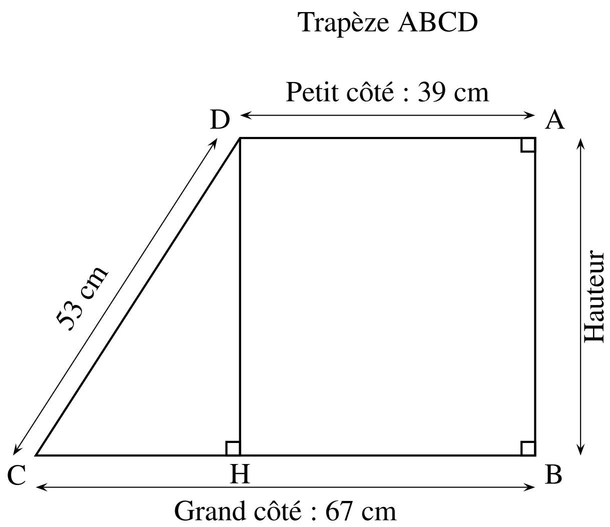
$f(x) = 2x + 1$

$g(x) = -3x + 2$

## Exercice 3. Volume **7 points**

Pour continuer à diminuer leur production de déchets de nombreuses familles utilisent désormais un composteur. Une de ces familles a choisi le modèle ci-dessous, composé d'un pavé droit et d'un prisme droit (la figure du composteur n'est pas à l'échelle). Le descriptif indique qu'il a une contenance d'environ 0,5 m$^3$, On souhaite vérifier cette information.




**1.** Dans le trapèze ABCD, calculer la longueur CH.

**Corrigé (1 pt)**

Puisque H appartient au segment [CB], on a :

$$\text{CH} = \text{CB} - \text{HB} = 67 - 39 = 28 \text{ ( cm)}$$

La longueur CH est égale à 28 cm.

**2.** Montrer que la longueur DH est égale à 45 cm.

**Corrigé (2 pts)**

Dans le triangle $HDC$ rectangle en $H$, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} DC^2 &= HD^2 + HC^2 \\ 53^2 &= HD^2 + 28^2 \\ HD^2 &= 53^2 - 28^2 \\ HD^2 &= 2809 - 784 \\ HD^2 &= 2025 \end{aligned}$$

Or HD est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} HD &= \sqrt{2025} \\ HD &= \underline{45 \text{ cm}} \end{aligned}$$

**3.** Vérifier que l'aire du trapèze ABCD est de 2 385 cm$^2$.

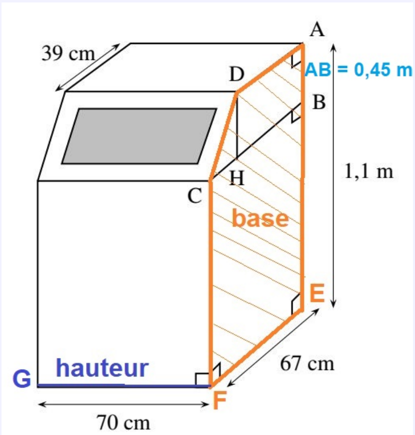
**Corrigé (1.5 pt)**

$$\begin{aligned}\text{Aire(ABCD)} &= \frac{(CB+DA)\times DH}{2}\\ &= \frac{(39+67)\times 45}{2}\\ &= 2\,385\ \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Aire(ABCD)} = 0{,}238\,5\ \text{ cm}^2}$$

**4.** Calculer le volume du composteur.
L'affirmation « il a une contenance d'environ 0,5 $\text{m}^3$ » est-elle vraie ? Justifier.

**Corrigé (2.5 pts)**




Le composteur est un prisme de base le polygone ABEFCD et de hauteur FG = 70 cm. La base ABEFCD est composée du trapèze ABCD et du rectangle BEFC, donc son aire est :

$$\begin{aligned}Aire(baseABEFCD) &= Aire(ABCD) + Aire(CDEF)\\ Aire(baseABEFCD) &= 0{,}238\,5 + BC \times BE\\ &= 0{,}238\,5 + 0,67 \times BE\end{aligned}$$

D'après la question 2°), HD AB = 45 cm et donc $BE = AE - AB = 0,65$ m

$$\begin{aligned} &= 0{,}238\,5 + 0,65 \times 0,67\\ &= 0{,}238\,5 + 0{,}435\,5\\ Aire(base) &= \underline{0,674\ \text{ m}^2}\end{aligned}$$

Son volume $V$ est donné par :

$$\boxed{V = Aire(baseABEFCD) \times GF = 0,674 \times 0,7 = \underline{0{,}471\,8\ \text{ m}^3}}$$

L'affirmation est vraie : le composteur a un volume proche de 0,5 $\text{m}^3$ (légèrement inférieur).

## Exercice 4. Intersection et équations 13 points

### Partie A

Résoudre les équations suivantes :

1. $(E_1)$ équation :
$$6 - x = 9x + 3$$

2. $(E_2)$ équation :
$$3x^2 - 3x = 0$$

3. $(E_3)$ équation :
$$3x^2 = 3$$

On pourra utiliser les résultats de la partie A pour les questions de la partie B.

**Corrigé (4 pts)**

**1.**

$$\begin{aligned} 6 - x = 9x + 3 &\iff 6 = 10x + 3 \\ &\iff 3 = 10x \\ &\iff \boxed{\frac{3}{10} = x} \end{aligned}$$

**2.**

$$3x^2 - 3x = 0 \iff 3x(x-1) = 0$$

c'est une équation produit nul donc par théorème

$$\begin{aligned} &\iff \Big(3x = 0\Big) \text{ ou } \Big(x - 1 = 0\Big) \\ &\iff \boxed{\Big(x = 0\Big) \text{ ou } \Big(x = 1\Big)} \end{aligned}$$

Les solutions sont 0 et 1.

**3.**

$$\begin{aligned} 3x^2 = 3 &\iff x^2 = 1 \\ &\iff x^2 - 1 = 0 \\ &\iff (x-1)(x+1) = 0 \end{aligned}$$

c'est une équation produit nul donc par théorème

$$\begin{aligned} &\iff \Big(x - 1 = 0\Big) \text{ ou } \Big(x + 1 = 0\Big) \\ &\iff \boxed{\Big(x = 1\Big) \text{ ou } \Big(x = -1\Big)} \end{aligned}$$

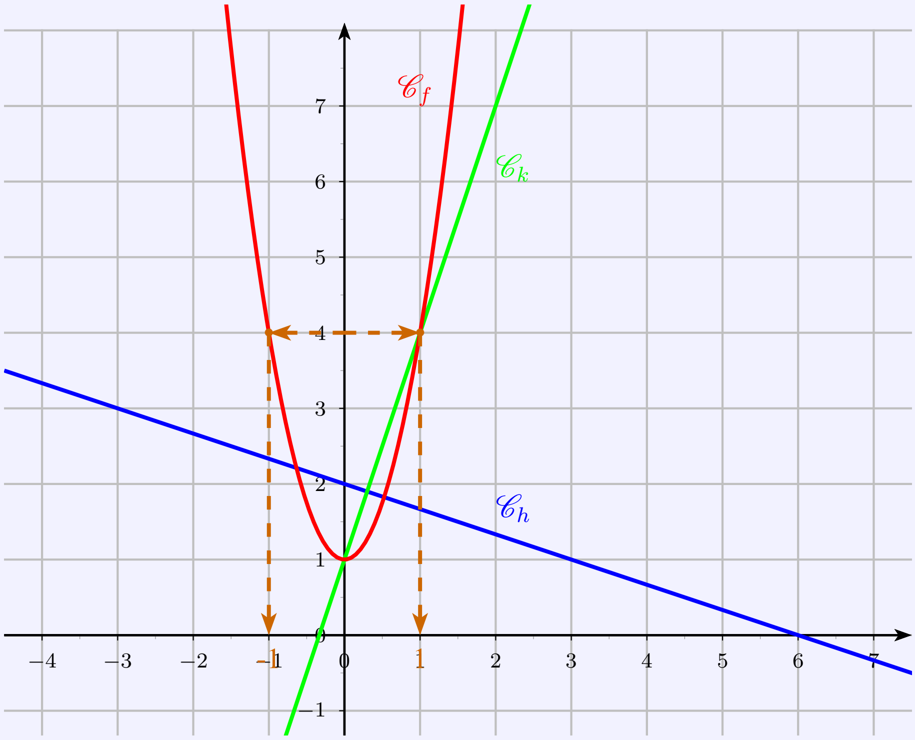
Les solutions sont $\underline{(-1) \text{ et } 1}$.

### Partie B

**Corrigé (2 pts)**

| $x$ | 0 | 3 |
|---|---|---|
| $h(x) = 2 - \frac{x}{3}$ | 2 | 1 |

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $k(x) = 3x + 1$ | 1 | 7 |




**1.** Dans le repère ci-dessus, on a représenté la courbe représentative de la fonction $f$ définie par $f(x) = 3x^2 + 1$.
Déterminer graphiquement et sans justification les antécédents de 4 par $f$ (rédiger une phrase réponse).

**Corrigé (1 pt)**
Les antécédents de 4 par $f$ sont $-1$ et 1.

**2.** Déterminer la fonction affine $g$ dont la courbe représentative passe par $A(3\,;\,1)$ et $B(6\,;\,0)$.

**Corrigé (2 pts)**

- La fonction affine $g$ est de la forme $g(x) = mx + p$.
- On détermine $m$.

$$\begin{cases} A(3\,;\,1) \in \mathscr{C}_g \\ B(6\,;\,0) \in \mathscr{C}_g \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} g(3) = 1 \\ g(6) = 0 \end{cases}$$

Or d'après la propriété de proportionnalité des accroissements :

$$\begin{cases} A(3\,;\,1) \\ B(6\,;\,0) \end{cases} \Longrightarrow m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-1}{6-3} = \frac{-1}{3}$$

On a donc :

$$f(x) = -\frac{1}{3}x + p$$

- On détermine $p$.
  Il reste alors à déterminer l'ordonnée à l'origine $p$.

$$A(3\ ;\ 1) \in \mathscr{C}_g \Longrightarrow g(3) = 1$$

Et

$$\begin{aligned} g(3) = 1 &\iff -\frac{1}{3} \times 3 + p = 1 \\ &\iff -1 + p = 1 \\ &\iff p = 2 \end{aligned}$$

- Conclusion.
  Donc

$$\boxed{g(x) = -\frac{1}{3}x + 2 = 2 - \frac{x}{3}}$$

- Vérification.
  - On doit avoir $g(3) = 1$.

$$g(3) = -\frac{1}{3} \times 3 + 2 = -1 + 2 = 1 \checkmark$$

  - On doit avoir $g(6) = 0$.

$$g(6) = -\frac{1}{3} \times 6 + 2 = -2 + 2 = 0 \checkmark$$

**3.** Représenter dans le repère ci-dessus les courbes représentatives $\mathscr{C}_h$ et $\mathscr{C}_k$ des fonctions $h$ et $k$ définies par :

$$h(x) = 2 - \frac{x}{3} \quad \text{et} \quad k(x) = 3x + 1$$

Vous compléterez les tableaux de valeurs de la partie à compléter sans expliciter les calculs.

**4.** Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection des deux droites $\mathscr{C}_h$ et $\mathscr{C}_k$.

**Corrigé (2 pts)**

- On détermine l'abscisse du point d'intersection.
  Les abscisses des points d'intersection (éventuels) de $\mathscr{C}_h$ et de $\mathscr{C}_k$ sont les éventuelles solutions de l'équation

$$h(x) = k(x)$$

$$\begin{aligned} h(x) = k(x) &\iff 2 - \frac{x}{3} = 3x + 1 \\ &\iff \left(2 - \frac{x}{3}\right) \times 3 = (3x + 1) \times 3 \\ &\iff 6 - x = 9x + 3 \end{aligned}$$

  On retrouve alors l'équation $(E_1)$ dont la solution est $x = \dfrac{3}{10}$.

- On détermine l'ordonnée du point d'intersection.

$$k\left(\frac{3}{10}\right) = 3\times\frac{3}{10}+1 = \frac{9}{10}+1 = \frac{19}{10}$$

- Donc le point d'intersection des deux droites $\mathscr{C}_h$ et $\mathscr{C}_k$ est : $\boxed{C\left(\frac{3}{10}\;;\;\frac{19}{10}\right)}$.

**5.** Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection des deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_k$.

**Corrigé (2 pts)**

- On détermine les abscisses des points d'intersection.
  Les abscisses des points d'intersection (éventuels) de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_k$ sont les éventuelles solutions de l'équation
  $$f(x) = k(x)$$
  $$\begin{aligned} f(x) = k(x) &\iff 3x^2+1 = 3x+1 \\ &\iff 3x^2-3x = 0 \end{aligned}$$
  On retrouve alors l'équation $(E_2)$ dont les solutions sont $x=0$ et $x=1$.
- On détermine les ordonnées des points d'intersection.
  $$\begin{cases} k(0) = 3\times 0+1 = 1 \\ k(1) = 3\times 1+1 = 4 \end{cases}$$
- Donc les point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_k$ sont : $\boxed{D(0\;;\;1)\ \text{ et }\ E(1\;;\;4)}$.

**Fin du devoir**

**Question Bonus**

Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, courbes représentatives des fonctions $f$ et $g$ définies par :

$$\begin{cases} f(x) = 2x^2-12x+18 \\ g(x) = \dfrac{x-3}{2} \end{cases}$$

**Corrigé (2 pts)**

- On détermine les abscisses des points d'intersection.
  Les abscisses des points d'intersection (éventuels) de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_g$ sont les éventuelles solutions de l'équation
  $$f(x) = g(x)$$

$$\begin{aligned}
f(x)=g(x) &\iff 2x^2-12x+18=\frac{x-3}{2}\\
&\iff 2\left(x^2-6x+9\right)=\frac{x-3}{2}\\
&\iff 4\left(x^2-6x+9\right)=x-3\\
&\iff 4\left(x-3\right)^2-\left(x-3\right)=0\\
&\iff (x-3)\Big[4(x-3)-1\Big]=0\\
&\iff (x-3)(4x-13)=0
\end{aligned}$$

On retrouve une EPN

$$\begin{aligned}
&\iff \Big(x-3=0\Big) \text{ ou } \Big(4x-13=0\Big)\\
&\iff \boxed{\Big(x=3\Big) \text{ ou } \left(x=\frac{13}{4}\right)}
\end{aligned}$$

Les solutions sont 3 et $\dfrac{13}{4}$ .

- On détermine les ordonnées des points d'intersection.

$$\begin{cases} g\left(3\right)=\dfrac{3-3}{2}=0\\ g\left(\dfrac{13}{4}\right)=\dfrac{\frac{13}{4}-3}{2}=\dfrac{\frac{1}{12}}{2}=\dfrac{1}{24}\end{cases}$$

- Donc les point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont : $\boxed{A\left(3\;;\;0\right) \text{ et } B\left(\dfrac{13}{4}\;;\;\dfrac{1}{24}\right)}$.