

Fiche d'exercices	Mathématiques	Troisième/Seconde
Développements, factorisations et équations.	<b>TD n°3 : Identités remarquables, Développements, factorisations et calcul de valeurs</b>	

La nomenclature ici utilisée suit la fiche méthode de cours relative aux factorisations.

### 1. Identités remarquables, application directe des formules.

#### Exercice 1 : Factorisez les expressions suivantes.

$$A(x) = x^2 + 2x + 1 \quad ; \quad B(x) = x^2 - 6x + 1 \quad ; \quad C(x) = x^2 - 9;$$

$$D(x) = 4x^2 - 12x + 9 \quad ; \quad E(x) = 16 - 4x^2 \quad ; \quad F(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$$

#### Exercice 2 : Développez les expressions suivantes.

$$A(x) = (2x + 6)^2 \quad ; \quad B(x) = (4 - 3x)^2 \quad ; \quad C(x) = (2x + 1)(2x - 1)$$

$$D(x) = \left(\frac{1}{2} - x\right)^2 \quad ; \quad E(x) = (3 + 2x)^2 \quad ; \quad F(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

### 2. Factorisations de type 2.

#### Exercice 3 : A l'aide d'une factorisation de type 2, démontrer les égalités suivantes.

$$x^2 - (2x + 1)^2 = (3x + 1)(-x - 1)$$

$$(x - 2)^2 - (2x - 1)^2 = (3x - 3)(-x - 1)$$

$$(2x - 1)^2 - (3 + x)^2 = (3x + 2)(x - 4)$$

$$(2y - 5)^2 - (3 + 2y)^2 = -8(4y - 2)$$

### 3. Factorisation, développement, calculs de valeurs et astuces.

#### Exercice 4.

On considère l'expression :  $A(x) = (x + 1)^2 - (x + 1)(2x - 3)$

- 1) Calculer :  $A(1)$ .
- 2) a) Développer  $A(x)$ .  
b) Calculer  $A(1)$  en utilisant cette fois la forme développée.
- 3) a) Factoriser  $A(x)$ .  
b) Calculer  $A(1)$  en utilisant cette fois la forme factorisée.  
c) **ASTUCE IMPORTANTE** : Développez la forme factorisée de la question 3a) et vérifiez que l'on retrouve bien la forme développée obtenue à la question 2a).
- 4) Calculer  $A(0)$  en utilisant la forme de  $A(x)$  de votre choix (soyez malin !).
- 5) Calculer  $A\left(\frac{3}{2}\right)$  en utilisant la forme de  $A(x)$  de votre choix (soyez malin !).
- 6) Calculer  $A(4)$  en utilisant la forme de  $A(x)$  de votre choix (soyez malin !).

#### Exercice 5.

On considère l'expression :  $B(x) = (2x - 1) - 3(2x + 1)(2x - 1)$

- 1) Calculer :  $B(2)$ .
- 2) a) Développer  $B(x)$ .  
b) Calculer  $B(2)$  en utilisant cette fois la forme développée.
- 3) a) Factoriser  $B(x)$ .  
b) Calculer  $B(2)$  en utilisant cette fois la forme factorisée.

c) **ASTUCE IMPORTANTE** : Développez la forme factorisée de la question 3a) et vérifiez que l'on retrouve bien la forme développée obtenue à la question 2a).

- Calculer  $B(0)$  en utilisant la forme de  $B(x)$  de votre choix (soyez malin !).
- Calculer  $B\left(\frac{3}{2}\right)$  en utilisant la forme de  $B(x)$  de votre choix (soyez malin !).
- Calculer  $B(4)$  en utilisant la forme de  $B(x)$  de votre choix (soyez malin !).

#### 4. Exercices de type Brevet.

##### Exercice 6.

Soit  $E = (3x - 5)^2 - 2(3x - 5)$

- Développer et réduire E.
- Factoriser E.
- Calculer E pour  $x = -2$

##### Exercice 7.

- Factoriser les deux expressions :  $F(x) = 9x^2 - 48x + 64$  et  $G(x) = (3x - 7)^2 - 1$ .
- On pose  $H(x) = F(x) + G(x)$ , factoriser l'expression  $H(x)$ .

##### Exercice 8.

- Développer  $(x - 1)^2$ .  
Justifier que  $99^2 = 9\,801$  en utilisant le développement précédent.
- Développer  $(x - 1)(x + 1)$ .  
Justifier que  $99 \times 101 = 9\,999$  en utilisant le développement précédent.

##### Exercice 9.

Soit  $A = \frac{1}{4}[(a + b)^2 - (a - b)^2]$

- Calculer A pour  $a = 1$  et  $b = 5$ .
- Calculer A pour  $a = -2$  et  $b = -3$ .
- Alex affirme que le nombre A est égal au produit des nombres a et b. A-t-il raison ? Justifier.

##### Exercice 10.

Soit  $A(x) = (x - 5)^2$  et  $B(x) = x^2 - 10x + 25$

- Calculer  $A(x)$  et  $B(x)$  pour  $x = 5$ .
- Calculer  $A(x)$  et  $B(x)$  pour  $x = -1$ .
- Peut-on affirmer que  $A = B$  quelle que soit la valeur de  $x$  ? Justifier.

#### Réponses :

##### Exercice 1 :

$$A(x) = (x + 1)^2; \quad B(x) = (x - 3)^2; \quad C(x) = (x + 3)(x - 3); \quad D(x) = (2x + 3)^2; \quad E(x) = (4 + 2x)(4 - 2x) \quad F(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

##### Exercice 2 :

$$A(x) = 4x^2 + 24x + 36 \quad B(x) = 9x^2 - 24x + 16 \quad C(x) = 4x^2 - 1 \quad D(x) = x^2 - x + \frac{1}{4} \quad E(x) = 4x^2 + 12x + 9 \quad F(x) = x^2 - \frac{1}{4}$$

##### Exercice 4 :

$$1^\circ) A(1) = 6 \quad 2a) A(x) = -x^2 + 3x + 4; \quad 3a) A(x) = (x + 1)(-x + 4) \quad 4^\circ) A(0) = 4 \quad 5^\circ) A\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{25}{4} \quad 6^\circ) A(4) = 0$$

##### Exercice 5 :

$$1) B(2) = -42 \quad 2a) B(x) = -12x^2 + 2x + 2 \quad 3a) B(x) = (2x - 1)(-6x - 2) \quad 4^\circ) B(0) = 2 \quad 5^\circ) B\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \quad 6^\circ) B\left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$