



# TD n°1 - Troisième

## Arithmétique et Fractions

### Exercice 1. D'après Brevet 2014

Voici une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur.

Dans cet exercice, on cherche à comprendre comment cette feuille a été remplie.

	A	B	C
1	216	126	90
2	126	90	36
3	90	36	54
4	54	36	18
5	36	18	18
6	18	18	0

1. En observant les valeurs du tableau, proposer une formule à entrer dans la cellule C1, puis à recopier vers le bas.

2. Dans cette question, on laissera sur la copie toutes les traces de recherche. Elles seront valorisées.

Le tableur fournit deux fonctions MAX et MIN. à partir de deux nombres, MAX renvoie la valeur la plus grande et MIN la plus petite. (exemple  $\text{MAX}(23; 12) = 23$ )

Quelle formule a été entrée dans la cellule A2, puis recopiée vers le bas ?

3. Que représente le nombre figurant dans la cellule C5, par rapport aux nombres 216 et 126 ?

4. La fraction  $\frac{216}{126}$  est-elle irréductible ? Si ce n'est pas le cas, la rendre irréductible en détaillant les calculs.

### Exercice 2. Vrai ou Faux : D'après Brevet 2014

Des affirmations sont données ci-dessous. Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

1. **Affirmation 1** : Les diviseurs communs à 12 et 18 sont les mêmes que les diviseurs de 6.

2. a et b désignent des entiers positifs avec  $a > b$ .

**Affirmation 2** :  $\text{PGCD}(a; b) = a - b$

3. **Affirmation 3** : 4 n'admet que deux diviseurs.

4. **Affirmation 4** : Le PGCD de 18 et de 36 est 9.

### Exercice 3. PGCD : D'après Brevet 2014 (Pondichéry)

Emma et Arthur ont acheté pour leur mariage 3 003 dragées au chocolat et 3 731 dragées aux amandes.

1. Arthur propose de répartir ces dragées de façon identique dans 20 corbeilles. Chaque corbeille doit avoir la même composition. Combien lui reste-t-il de dragées non utilisées ?

2. Emma et Arthur changent d'avis et décident de proposer des petits ballotins\* dont la composition est identique. Ils souhaitent qu'il ne leur reste pas de dragées.

2. a. Emma propose d'en faire 90. Ceci convient-il ? Justifier.

2. b. Ils se mettent d'accord pour faire un maximum de ballotins. Combien en feront-ils et quelle sera leur composition ?

\* Un ballotin est un emballage pour confiseries, une boîte par exemple.

**Exercice 4. Multiple de 10 : D'après Brevet 2014 (Pondichéry)**

« Je prends un nombre entier. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le triple du nombre de départ au résultat et j'enlève 21. J'obtiens toujours un multiple de 10. »

Est-ce vrai ? Justifier.

Si travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

**Exercice 5. D'après Brevet 2014 (Amérique du Nord)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des quatre questions, écrire sur votre copie le numéro de la question et la lettre A, B, ou C correspondant à la réponse choisie.

	A	B	C
1. $\left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7}\right) : \frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{25}{7}$	$\frac{17}{7}$
2. Le PGCD des nombres 84 et 133 est .....	1	7	3

**Exercice 6. D'après Brevet**

Flavien veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et 1 045 dragées aux amandes dans des sachets dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amandes.

1. Peut-il faire 76 sachets ? Justifier la réponse.
2.
  - a. Quel nombre maximal de sachets peut-il réaliser ?
  - b. Combien de dragées de chaque sorte y aura-t-il dans chaque sachet ?

**Exercice 7. D'après Brevet**

Un pâtissier a préparé 840 financiers\* et 1 176 macarons\*. Il souhaite faire des lots, tous identiques, en mélangeant financiers et macarons. Il veut utiliser tous les financiers et tous les macarons.

1.
  - a. Sans faire de calcul, expliquer pourquoi les nombres 840 et 1 176 ne sont pas premiers entre eux.
  - b. Le pâtissier peut-il faire 21 lots ? Si oui, calculer le nombre de financiers et le nombre de macarons dans chaque lot.
  - c. Quel est le nombre maximum de lots qu'il peut faire ? Quelle sera alors la composition de chacun des lots ?
2. Cette année, chaque lot de 5 financiers et 7 macarons est vendu 22,40 €.
 

L'année dernière, les lots, composés de 8 financiers et de 14 macarons étaient vendus 42 €.

Sachant qu'aucun prix n'a changé entre les deux années, calculer le prix d'un financier et d'un macaron.

\* Les financiers et les macarons sont des pâtisseries.

## Correction de l'exercice 1

---

1. En observant les valeurs du tableau, on remarque que les cellules de la colonne C semblent être obtenues par différence entre celle de la colonne A et celles de la colonne B, d'où la formule  $\boxed{=A1-B1}$

On peut aussi entrer la formule  $\boxed{=\$A1-\$B1}$

2. Le tableur fournit deux fonctions MAX et MIN. A partir de deux nombres, MAX renvoie la valeur la plus grande et MIN la plus petite. (exemple  $\text{MAX}(23; 12) = 23$ )

La formule qui a été entrée dans la cellule A2, puis recopiée vers le bas est  $\boxed{=\text{MAX}(B1;C1)}$

3. L'algorithme en œuvre dans cette feuille de calculs est celui des différences successives qui permet de trouver le PGCD de deux entiers. Donc le nombre figurant dans la cellule C5 représente le PGCD de 216 et de 126.

4. D'après la question précédente, la fraction  $\frac{216}{126}$  n'est pas irréductible car le numérateur et le dénominateur ne sont pas premiers entre eux puisque de PGCD 18 différent de 1. De ce fait

$$\frac{216}{126} = \frac{216 : 18}{126 : 18} = \frac{12}{7}$$

## Correction de l'exercice 2

---

- **Affirmation 1 : Vraie**

Les diviseurs communs à 12 et 18 sont les mêmes que les diviseurs de 6.

En effet les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3 et 6 qui sont aussi les diviseurs communs de 12 et 18.

- **Affirmation 2 : Fausse**

Un contre-exemple suffit. En prenant  $a = 1$  et  $b = 1$  par exemple on voit bien que :

$$\text{PGCD}(1; 1) = 1 \neq 0$$

- **Affirmation 3 : Fausse**

4 admet trois diviseurs distincts : 1, 2 et 4.

- **Affirmation 4 : Fausse**

Le PGCD de 18 et de 36 est 18 puisque  $36 = 2 \times 18$ .

## Correction de l'exercice 3

---

1. Arthur veut répartir les dragées de façon identique dans 20 corbeilles.

Par division euclidienne de 3 003 et de 3 731 par 20 on obtient :

$$3\,003 = 20 \times 150 + 3 \quad \text{et} \quad 3\,731 = 20 \times 186 + 11$$

Chacune des 20 corbeilles sera donc composée de 150 dragées au chocolat et 186 aux amandes.

Il lui restera alors **3 dragées au chocolat et 11 aux amandes**.

2. Emma et Arthur décident de proposer des ballotins dont la composition est identique sans avoir de reste de dragées.

2. a. On ne peut pas faire 90 ballotins sans avoir de reste avec des compositions identiques. En effet, il faudrait pour cela que 90 soit un diviseur commun de 3 003 et de 3 731 ce qui n'est pas le cas :

$$3\,003 = 90 \times 33 + 33 \quad \text{et} \quad 3\,731 = 90 \times 41 + 41$$

2. b. Le nombre de ballotin cherché,  $N$ , est un diviseur commun de 3 003 et de 3 731. Or on cherche le nombre maximum de ballotins et de ce fait  $N$  est le PGCD de 3 003 et de 3 731.

Utilisons l'algorithme d'Euclide pour calculer ce PGCD :

$$3731 = 1 \times 3003 + 728$$

$$3003 = 4 \times 728 + 91$$

$$728 = 8 \times 91 + 0$$

Le dernier reste non nul est 91 donc le PGCD de 3 003 et de 3 731 est 91 et le **nombre maximal de ballotins est de 91**.

Puisque :

$$3\,003 = 91 \times 33 \quad \text{et} \quad 3\,731 = 91 \times 41$$

La composition de chacun des **91 ballotins** sera de **33 dragées au chocolat** et **41 aux amandes**.

### Correction de l'exercice 4

---

On peut, en partant d'un nombre quelconque noté  $x$ , écrire les différentes étapes de cet algorithme :

Étape 1	$x$	choix du nombre
Étape 2	$x + 3$	on ajoute 3
Étape 3	$7 \times (x + 3)$	on multiplie par 7
Étape 4	$7 \times (x + 3) + 3x$	on ajoute le triple de $x$
Étape 5	$7 \times (x + 3) + 3x - 21$	on retranche 21

L'algorithme conduit, en partant de  $x$ , au nombre

$$7 \times (x + 3) + 3x - 21$$

qui après développement s'exprime sous la forme

$$\begin{aligned} 7 \times (x + 3) + 3x - 21 &= 7x + 21 + 3x - 21 \\ &= 10x \end{aligned}$$

On obtient bien un multiple de 10, l'affirmation est donc vraie.

### Correction de l'exercice 5

---

1. Question 1.  $\boxed{B : \frac{25}{7}}$

$$\left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7}\right) \div \frac{1}{5} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{1} = \boxed{\frac{25}{7}}$$

2. Question 2.  $\boxed{B : 7}$

Le PGCD de 84 et 133 est le plus grand entier qui les divise.

- On exclut 3 qui ne divise pas 133 ;
- Les entiers 1 et 7 divisent les 84 et 133, mais 7 est le plus grand donc c'est le candidat possible.

**Remarque :** cela ne justifie pas que 7 soit le PGCD, mais exclut les deux autres.