Math93.com

TD 1 - Troisième
Équations au Brevet

Les exercices suivants dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont corrigés intégralement en fin du présent TD. Les autres présentent des éléments de réponses et un lien vers une correction détaillée sur www.math93.com

Partie I. Applications du cours et techniques algébriques

Exercice 1. Équations du premier degré

Résoudre les équations suivantes :

1. $7x = 1 - 4x$;

2. $\dfrac{2x+1}{2} = \dfrac{1}{2}$;

3. $x^2 + 2x + 1 = x^2$;

4. $\dfrac{x}{2} - 3 = \dfrac{2x+1}{2}$;

5. $\dfrac{x}{3} - 1 = \dfrac{x}{2} - \dfrac{2}{3}$.

Exercice 2. Équations produit nul

Résoudre les équations suivantes :

1. $x(x+1)(x+2) = 0$;

2. $2x(2x+1)(1-x) = 0$;

3. $\dfrac{(x+3)(x-5)}{7} = 0$;

4. $(2x+1)^2 = (1-5x)^2$.

Exercice 3. PPF * : à vous de jouer ! (niveau seconde)

Pour résoudre les équations suivantes, il va vous falloir simplifier l'expression ou effectuer une factorisation.

1. $2x^2 - 4x + 2 = 0$

2. $x^2 + 6x + 9 = (2x+1)^2$

3. $x^2 - 10x + 25 = -6$;

4. $x^2 - 6x + 9 = (x-3)(1-6x)$.

Partie II. Les équations au brevet

Exercice 4. Brevet Pondichéry - 2 mai 2017 (c)

On considère l'expression $E = (x-2)(2x+3) - 3(x-2)$.

1. Développer E.

2. Factoriser E et vérifier que $E = 2F$, où $F = x(x-2)$.

3. Déterminer tous les nombres x tels que $(x-2)(2x+3) - 3(x-2) = 0$.

Réponses

(1.) $2x^2 - 4x$; (3.) 0 et 2
Le corrigé détaillé sur www.math93.com

Exercice 5. D'après Brevet métropole 2017 (c)

On donne l'expression : $E = (3x+8)^2 - 64$.

1. Développer E .

2. Montrer que E peut s'écrire sous forme factorisée : $3x(3x+16)$.

3. Résoudre l' équation $(3x+8)^2 - 64 = 0$.

Réponses

(1.) $9x^2 + 48x$ *; (3.) 0 et* $-\dfrac{16}{3}$

Le corrigé détaillé sur www.math93.com

Exercice 6. D'après Brevet Métropole Septembre 2017 (c)

Pour chaque affirmation, dire en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

Affirmation 1 :

Programme de calcul A
Choisir un nombre
Ajouter 3
Multiplier le résultat par 2
Soustraire le double du nombre de départ

Le résultat du programme de calcul A est toujours égal à 6.

Affirmation 2 : Le résultat du calcul $\dfrac{7}{5} - \dfrac{4}{5} \times \dfrac{1}{3}$ est égal à $\dfrac{1}{5}$.

Affirmation 3 : La solution de l'équation $4x - 5 = x + 1$ est une solution de l'équation $x^2 - 2x = 0$.

Affirmation 4 : Pour tous les nombres entiers n compris entre 2 et 9, $2^n - 1$ est un nombre premier.

Exercice 7. QCM d'après Brevet

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Question 1

Une solution de l'équation $2x + 3 = 7x - 4$ est :

a. $\dfrac{5}{7}$ **b.** $1,4$ **c.** $-0,7$

Question 2

Une solution de l'équation $5x + 12 = 3$ est :

a. $1,8$ **b.** 3 **c.** $-1,8$

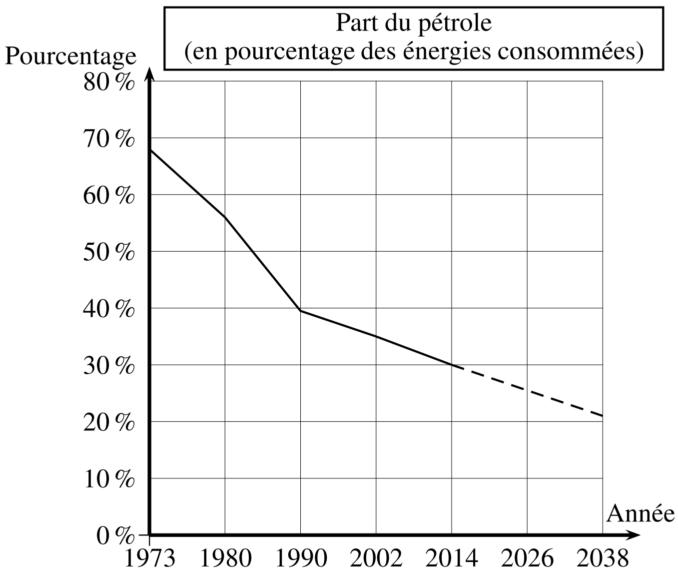
Exercice 8. D'après Brevet 2017 : Polynésie 14 septembre 2017 (c)

La figure ci-après est la copie d'écran d'un programme réalisé avec le logiciel « Scratch ».

1. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ, alors le programme renvoie -5.
2. Que renvoie le programme si on choisit au départ :
   2. a. le nombre 5 ?
   2. b. le nombre -4 ?
3. Déterminer les nombres qu'il faut choisir au départ pour que le programme renvoie 0.

Exercice 9. Amérique Sud novembre 2017

On peut observer l'évolution de la part du pétrole au fil des années à partir d'une représentation graphique comme celle proposée ci-dessous.



Les pointillés indiquent que l'on suppose que la baisse de la part du pétrole va se poursuivre sur le rythme observé depuis 2002. En suivant cette supposition, on peut modéliser la part du pétrole (exprimée en pourcentage) en fonction de l'année a par la fonction P, définie ainsi :

$$P(a) = \frac{-17}{48}a + 743,5.$$

1. Écrire le calcul permettant de vérifier que $P(1990) \approx 38,7$.
2. D'après ce modèle, à partir de quelle année la part du pétrole sera-t-elle nulle ?

Exercice 10. D'après Brevet

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier vos réponses.

Affirmation 1 : La solution de l'équation $5x + 4 = 2x + 17$ est un nombre entier.

Exercice 11. D'après Brevet 2017 : Amérique du Sud 30 novembre 2017

Léa choisit un nombre, le multiplie par 6 puis ajoute 5.
Julie choisit le même nombre, lui ajoute 8, multiplie le résultat par le nombre de départ, puis soustrait le carré du nombre de départ.

1. Léa et Julie choisissent au départ le nombre -3.

1. a. Quel résultat obtient Léo ?

1. b. Quel résultat obtient Julie ?

2. Quel nombre positif doivent-ils choisir au départ pour obtenir le même résultat ?

Partie III. Correction

Correction de l'exercice 4 page 1

On considère l'expression $E = (x-2)(2x+3) - 3(x-2)$.

1. Développer E.

$$E = (x-2)(2x+3) - 3(x-2)$$
$$E = 2x^2 + 3x - 4x - 6 - 3x + 6$$
$$E = \underline{2x^2 - 4x}$$

2. Factoriser E et vérifier que $E = 2F$, où $F = x(x-2)$.

$$E = (x-2)(2x+3) - 3(x-2)$$
$$E = (x-2)\Big[(2x+3) - 3\Big]$$
$$E = (x-2)(2x)$$
$$E = 2 \times \underbrace{x(x-2)}_{F}$$

On a bien montré que : $E = 2F$, où $F = x(x-2)$

3. Déterminer tous les nombres x tels que $(x-2)(2x+3) - 3(x-2) = 0$.
On va utiliser la forme factorisée de l'expression :

$$(x-2)(2x+3) - 3(x-2) = 0 \iff 2 \times x(x-2) = 0$$

c'est une équation produit nul et par théorème, un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul soit

$$(x-2)(2x+3) - 3(x-2) = 0 \iff \Big(2x = 0\Big) \text{ ou } \Big(x - 2 = 0\Big)$$
$$(x-2)(2x+3) - 3(x-2) = 0 \iff \Big(x = 0\Big) \text{ ou } \Big(x = 2\Big)$$

Les solutions de l'équation sont : <u>0 et 2</u>.

Correction de l'exercice 5 - D'après Brevet métropole 2017

1. On donne l'expression : $E = (3x+8)^2 - 64$.

1. a. Développer E.
Les identités remarquables n'étant plus explicitement au programme on peut développer ainsi :

$$E = (3x+8)^2 - 64$$
$$E = (3x+8)(3x+8) - 64$$
$$E = (3x)^2 + 24x + 24x + \underbrace{8^2 - 64}_{0}$$
$$E = \underline{9x^2 + 48x}$$

Remarque : il n'était pas précisé qu'il fallait aussi réduire même si cela est toujours sous-entendu. De fait, un résultat sous la forme non réduite $(9x^2 + 48x + 64 - 64)$ était accepté.

1. b. Montrer que E peut s'écrire sous forme factorisée : $3x(3x+16)$.

- <u>Méthode 1</u> : On vient de montrer que $E = 9x^2 + 48x$ donc on cherche à factoriser cette expression :

$$E = 9x^2 + 48x$$
$$E = \underline{3x} \times 3x + \underline{3x} \times 16$$
$$E = \underline{3x\Big(3x + 16\Big)}$$

- Méthode 2 : on pouvait aussi développer l'expression $3x(3x+16)$ et montrer que l'on obtenant la forme obtenue lors de la question (2a.). Mais attention, dans ce cas il ne faut pas écrire l'égalité $E = ...$ de suite mais rédiger cela sous la forme :
  - D'une part en développant nous avons :
  $$3x(3x+16) = 3x \times (3x) + 3x \times 16 = 9x^2 + 48x$$
  - D'autre part nous avons montré lors de la question (2a.) que $E = 9x^2 + 48x$.
  - Conclusion : de ce fait $\underline{E = 3x(3x+16)}$.

1. c. Résoudre l' équation $(3x+8)^2 - 64 = 0$.

On va utiliser la forme factorisée de E obtenue lors de la question (2b) et appliquer le théorème de l'équation produit nul :

$$(3x+8)^2 - 64 = 0 \iff 3x(3x+16) = 0$$

C'est une équation produit nul, et par théorème, un produit est nul si l'un au moins des facteurs est nul (et réciproquement) soit :

$$\begin{aligned}(3x+8)^2 - 64 = 0 &\iff \Big(3x = 0\Big) \text{ ou } \Big(3x+16 = 0\Big)\\ &\iff \Big(x = 0\Big) \text{ ou } \Big(3x = -16\Big)\\ (3x+8)^2 - 64 = 0 &\iff \Big(x = 0\Big) \text{ ou } \Big(x = -\frac{16}{3}\Big)\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation sont donc : $x = 0$ et $x = -\dfrac{16}{3}$.

Correction de l'exercice 6 - D'après Brevet métropole 2017 sept

Affirmation 1 :

Programme de calcul A
Choisir un nombre
Ajouter 3
Multiplier le résultat par 2
Soustraire le double du nombre de départ

- 0 donne 3 puis 6 puis 6
- 1 donne 4 puis 8 et enfin 6.
- n donne $n+3$ puis $2n+6$ et enfin $2n+6-2n = 6$. L'affirmation est vraie quel que soit le nombre n.

Affirmation 2 : Le résultat du calcul $\dfrac{7}{5} - \dfrac{4}{5} \times \dfrac{1}{3}$ est égal à $\dfrac{1}{5}$

$$\begin{aligned}\frac{7}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} &= \frac{7}{5} - \frac{4}{15}\\ &= \frac{21}{15} - \frac{4}{15}\\ &= \frac{17}{15}\end{aligned}$$

L'affirmation est fausse.

Affirmation 3 : La solution de l'équation $4x - 5 = x + 1$ est une solution de l'équation $x^2 - 2x = 0$.

- On va résoudre la première équation :
$$\begin{aligned}4x - 5 = x + 1 &\iff 4x - x = 1 + 5\\ &\iff 3x = 6\\ &\iff x = 2\end{aligned}$$

- Or pour $x = 2$ on a
$$x^2 - 2x = 2^2 - 2 \times 2 = 0$$
Donc 2 est une solution de l'équation $x^2 - 2x = 0$. L'affirmation est vraie.

Affirmation 4 : Pour tous les nombres entiers n compris entre 2 et 9, $2^n - 1$ est un nombre premier.

- $2^3 - 1 = 7$ qui est premier ;
- $2^4 - 1 = 15$ qui est divisible par 3 et par 5 : il n'est pas premier. L'affirmation est fausse.

Correction de l'exercice 8 page 3- D'après Brevet Polynésie 2017

1. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ, alors le programme renvoie -5.

Correction

Avec $x = 2$

$$y = x^2 - 9 = 4 - 9 = -5$$

2. Que renvoie le programme si on choisit au départ :

2. a. le nombre 5 ?

Correction

si $x = 5$

$$y = 5^2 - 9 = 25 - 9 = 16$$

2. b. le nombre -4 ?

Correction

si $x = -4$

$$y = (-4)^2 - 9 = 16 - 9 = 7$$

3. Déterminer les nombres qu'il faut choisir au départ pour que le programme renvoie 0.

Correction

Il faut que $y = x^2 - 9 = 0$, soit $(x + 3)(x - 3) = 0$

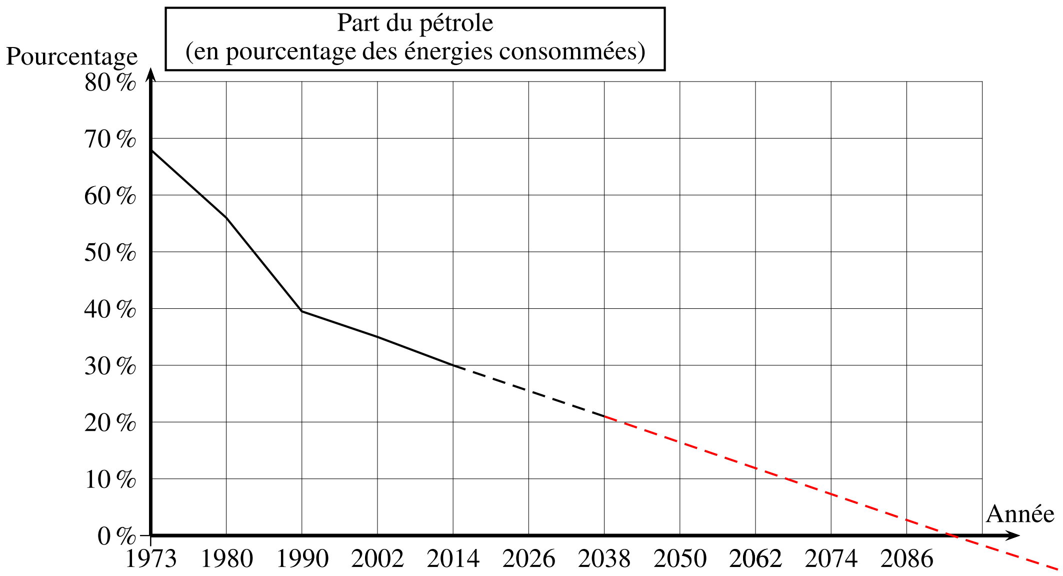
C'est une équation produit nul, donc par propriété on sait que l'un au moins des facteurs est nul soit :

$$\begin{aligned}(x+3)(x-3) = 0 &\iff \Big(x + 3 = 0\Big) \text{ ou } \Big(x - 3 = 0\Big) \\ &\iff \Big(x = -3\Big) \text{ ou } \Big(x = 3\Big)\end{aligned}$$

<u>Conclusion</u> : Pour obtenir 0 à la fin du programme on peut choisir au départ -3 ou 3.

Correction de l'exercice 9 page 3 - D'après Brevet Am. Sud nov. 2017

On peut observer l'évolution de la part du pétrole au fil des années à partir d'une représentation graphique comme celle proposée ci-dessous.
Les pointillés indiquent que l'on suppose que la baisse de la part du pétrole va se poursuivre sur le rythme observé depuis 2002.
On peut donc prolonger les pointillés.



En suivant cette supposition, on peut modéliser la part du pétrole (exprimée en pourcentage) en fonction de l'année a par la fonction P, définie ainsi :

$$P(a) = \frac{-17}{48}a + 743,5.$$

1. $P(1990) = \frac{-17}{48} \times 1990 + 743,5 \approx 38,7.$

2. • **Par essais successifs**, on effectue plusieurs calculs :

$P(2090) = \frac{-17}{48} \times 2090 + 743,5 \approx 3,3$

$P(2099) = \frac{-17}{48} \times 2099 + 743,5 \approx 0,1$

$P(2100) = \frac{-17}{48} \times 2100 + 743,5 \approx -0,25$

• **Par mise en équation**, la part du pétrole est nulle se traduit par :

$$\begin{aligned} \frac{-17}{48} \times a + 743,5 = 0 &\iff \frac{-17}{48} \times a = -743,5 \\ &\iff a = -743,5 \div \frac{-17}{48} \\ &\iff a = -743,5 \times \frac{48}{-17} \end{aligned}$$

Soit

$$\boxed{a \approx 2099,3}$$