



Math93.com

TD 1 - Troisième

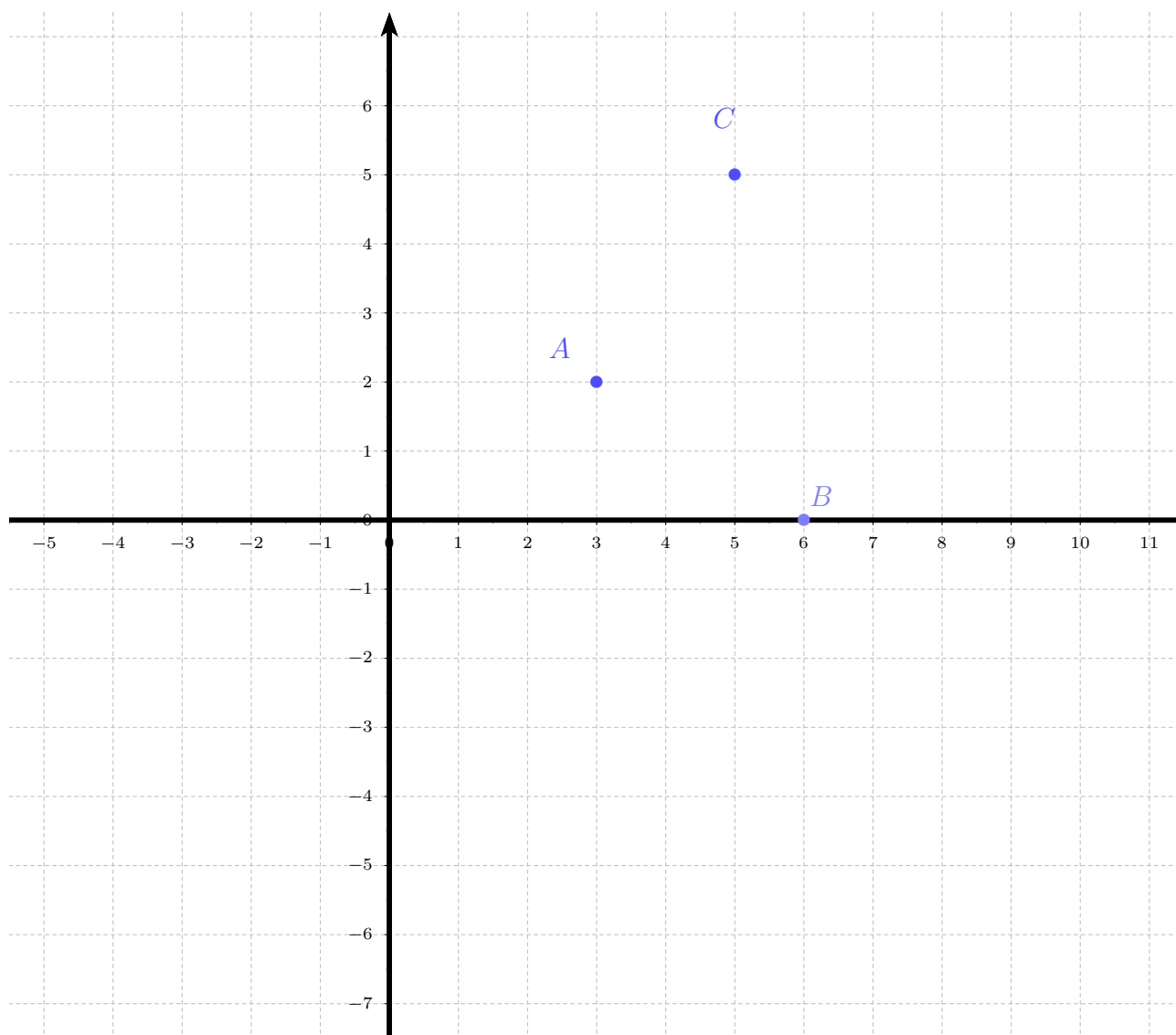
Homothéties au Brevet

Homothéties

Exercice 1. Construction

Sur ce graphique,

1. Construire B' l'image du point B par l'homothétie de centre A et de rapport 2.
2. Donner les coordonnées du point B' .
3. Construire C' l'image du point C par l'homothétie de centre A et de rapport -3 .
4. Donner les coordonnées du point C' .

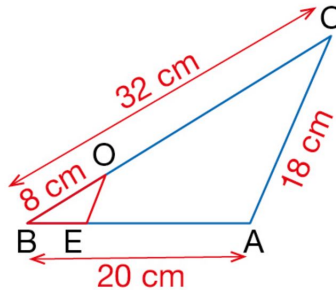
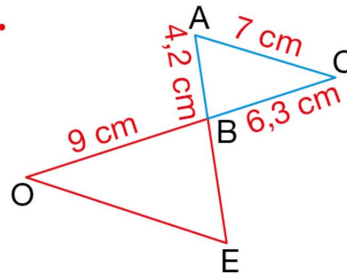


Réponses

⌘ Lien geogebra pour le corrigé : <https://www.geogebra.org/classic/f6d3p4xm>

Exercice 2. Homothétie et calcul de longueur

15 Dans chaque cas, on passe du triangle OBE au triangle ABC par une homothétie.
Donner le centre et le rapport de l'homothétie, puis calculer les longueurs OE et BE.

a.**b.****Exercice 3. Homothétie et construction**

17 a. Construire un cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon 2 cm.

b. Par une homothétie, l'image d'un cercle est un cercle.

Construire l'image du cercle \mathcal{C} par l'homothétie de centre O et de :

- rapport 1,5
- rapport 0,75
- rapport - 2.

Exercice 4. D'après Métropole juin 2018

16 points/100

Les longueurs sont en pixels. L'expression « s'orienter à 90 » signifie que l'on s'oriente vers la droite. On donne le programme suivant :

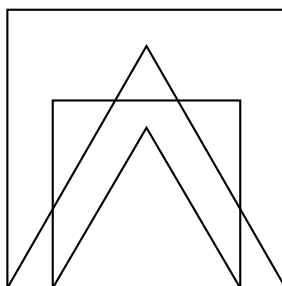
```

quand [drapeau] est cliqué
  aller à x: 0 y: 0
  stylo en position d'écriture
  s'orienter à 90 degrés
  mettre Longueur à 300
  Carré
  Triangle
  avancer de Longueur / 6
  mettre Longueur à [ ]
  Carré
  Triangle

définir Carré
  répéter 4 fois
    avancer de Longueur
    tourner de 90 degrés

définir Triangle
  répéter 3 fois
    avancer de Longueur
    tourner de 120 degrés
  
```

1. On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels.
 1. a. Représenter sur votre copie la figure obtenue si le programme est exécuté jusqu'à la ligne 7 comprise.
 1. b. Quelles sont les coordonnées du stylo après l'exécution de la ligne 8 ?
2. On exécute le programme complet et on obtient la figure ci-dessous qui possède un axe de symétrie vertical.



Recopier et compléter la ligne 9 du programme pour obtenir cette figure.

3.
 3. a. Parmi les transformations suivantes, translation, homothétie, rotation, symétrie axiale, quelle est la transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré ? Préciser le rapport de réduction.
 3. b. Quel est le rapport des aires entre les deux carrés dessinés ?

Exercice 5. D'après Métropole septembre 2018

15 points/100

Sam a écrit le programme ci-dessous qui permet de tracer un rectangle comme ci-contre.

Ce programme comporte deux variables (Longueur) et (Largeur) qui représentent les dimensions du rectangle.



On rappelle que l'instruction

s'orienter à 90° degrés

signifie que l'on

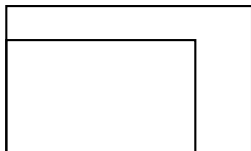
Départ

s'oriente vers la droite.

Script	bloc rectangle
<p>Quand est cliqué</p> <p>effacer tout</p> <p>mettre Longueur à 50</p> <p>mettre Largeur à 30</p> <p>aller à x: 0 y: 0</p> <p>s'orienter à 90°</p> <p>rectangle</p>	<p>définir rectangle</p> <p>stylo en position d'écriture</p> <p>répéter ... fois</p> <p>avancer de</p> <p>tourner de ...degrés</p> <p>avancer de</p> <p>tourner de ...degrés</p>

1. Compléter le bloc rectangle ci-dessus avec des nombres et des variables pour que le script fonctionne. On recopiera et on complètera uniquement la boucle répéter sur sa copie.
2. Lorsque l'on exécute le programme, quelles sont les coordonnées du point d'arrivée et dans quelle direction est-on orienté ?
3. Sam a modifié son script pour tracer également l'image du rectangle par l'homothétie de centre le point de coordonnées (0; 0) et de rapport 1,3.

3. a. Compléter le nouveau script de Sam donné ci-contre afin d'obtenir la figure ci-dessous. On recopiera et on complètera sur sa copie les lignes 9 et 10 ainsi que l'instruction manquante en ligne 11.



Départ

Quand est cliqué

effacer tout

mettre Longueur à 50

mettre Largeur à 30

aller à x: 0 y: 0

s'orienter à 90°

rectangle

attendre 3 secondes

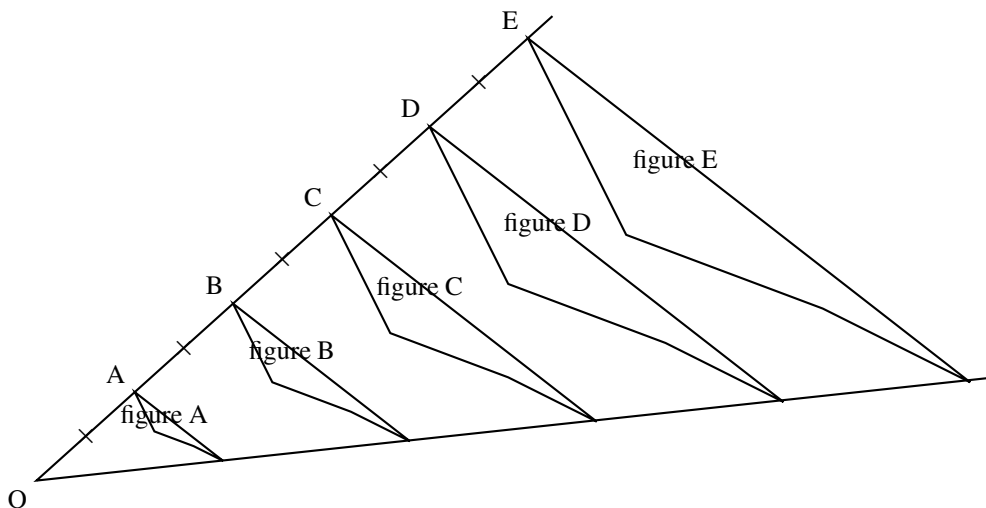
mettre Longueur à Longueur x ...

mettre Largeur à ... x ...

b. Sam exécute son script. Quelles sont les nouvelles valeurs des variables Longueur et Largeur à la fin de l'exécution du script ?

Exercice 6. Homothéties - Asie 2018

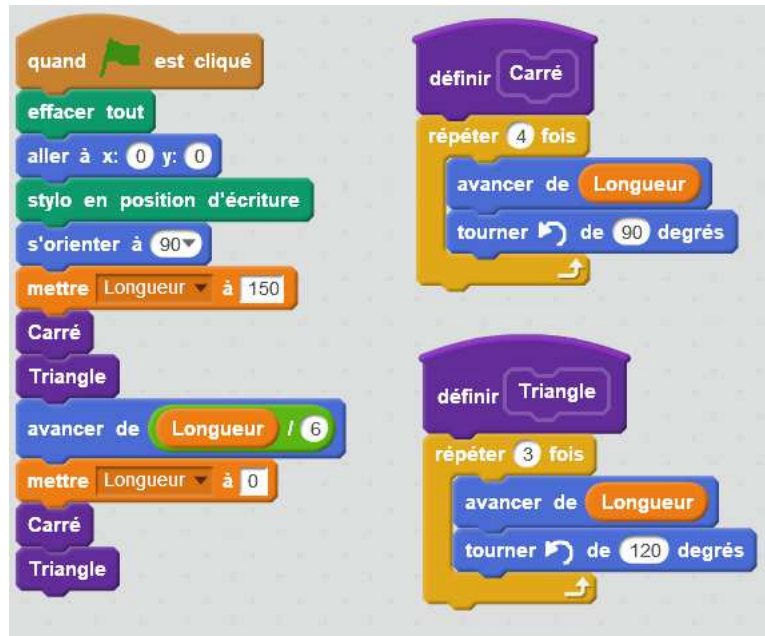
Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure A. En appliquant à la figure A des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.



1. Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A ?
Aucune justification n'est attendue.
2. On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E. Quelle figure obtient-on ?
Aucune justification n'est attendue.
3. Quelle figure a une aire quatre fois plus grande que celle de la figure A ?

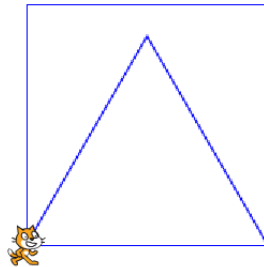
Partie I. Correction

Correction de l'exercice 5 (Métropole 2018)



1. On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels.

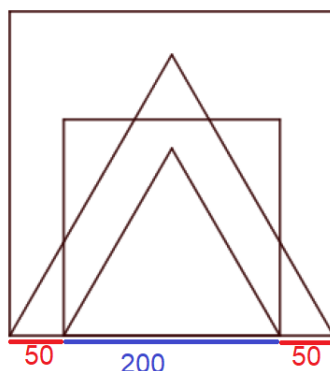
1. a. Représenter sur votre copie la figure obtenue si le programme est exécuté jusqu'à la ligne 7 comprise.



1. b. Quelles sont les coordonnées du stylo après l'exécution de la ligne 8 ?

Après l'exécution de la ligne 7, le stylo est revenu en position initiale donc en $(0 ; 0)$. Après l'exécution de la ligne 8, le stylo a avancé de $Longueur/6 = 300/6 = 50$ vers la droite donc ses coordonnées sont $(50 ; 0)$.

2. On exécute le programme complet et on obtient la figure ci-dessous qui possède un axe de symétrie vertical. Recopier et compléter la ligne 9 du programme pour obtenir cette figure.



D'après la question précédente, le stylo est en (50 ; 0). À partir de la on doit donc tracer un carré et un triangle plus petit que les précédents. On a avancé de 50, par symétrie donc la dimension du petit carré est égale à celle du grand moins deux fois 50 soit :

$$300 - 2 \times 50 = 200$$

Il suffit donc d'affecter la valeur 200 à la variable longueur.

mettre Longueur à 200



Remarque

On peut généraliser dans le cas où la valeur de la variable Longueur n'est pas fixée. Dans ce cas on doit affecter à Longueur la valeur

$$Longueur - 2 \times \frac{Longueur}{6} = Longueur \times \frac{2}{3}$$

3. 3. a. Parmi les transformations suivantes, translation, homothétie, rotation, symétrie axiale, quelle est la transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré? Préciser le rapport de réduction.

Une homothétie de rapport $k = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$ permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré .

3. b. Quel est le rapport des aires entre les deux carrés dessinés ?



Agrandissement/réduction

Quand on multiplie les distances par un réel strictement positif k , les aires le sont par k^2 et les volumes par k^3 .

Une homothétie de rapport $k = \frac{2}{3}$ permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré donc les distances sont multipliées par k et les aires par $k^2 = \frac{4}{9}$.