Math93.com

TD n°1 - Troisième
Inéquations

Exemple 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I_1) : 2(1-3x) < 4x+7$ et représentez les solutions sur un axe.

$$\begin{aligned}(I_1) &\iff 2-6x < 4x+7\\ &\iff -6x-4x < 7-2\\ &\iff -10x < 5\end{aligned}$$

On va diviser les deux membres par $-10 < 0$, l'ordre change

$$(I_1) \iff x > \frac{5}{-10}$$
$$(I_1) \iff \boxed{x > -\frac{1}{2}}$$

Écriture des solutions (sous forme d'intervalle en seconde) :

- Les solutions de l'inéquation (I_1) sont les réels strictement supérieurs à $\left(-\frac{1}{2}\right)$.
- Représentation :

$$\boxed{S_1 = \left]-\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[}$$

Exercice 1. Inéquations

Tester si les nombres -2 et 0 sont solutions des équations suivantes puis les résoudre dans $\mathbb{R}$.
Vous devrez décrire l'ensemble des solutions à l'aide d'une phrase puis représenter les éventuelles solutions sur un axe gradué. On pourra aussi donner l'intervalle solution (niveau seconde).

1. $(I_1)\ :\ 2x+1 < 1-3x$.
2. $(I_2)\ :\ -2x+5 \leq 3(1-x)$.
3. $(I_3)\ :\ 2x+1 < 2+2x$.
4. $(I_4)\ :\ 2x+1 > 2+2x$.
5. $(I_5)\ :\ (2x-3)^2 \geq 4x^2-1$.
6. $(I_6)\ :\ 2x^2+1 > 2x^2+x+9$.
7. $(I_7)\ :\ \dfrac{x-3}{5} > 2+x$.
8. $(I_8)\ :\ 2x+1 > \dfrac{2}{3}x-7$.

Réponses

$(I_1) \iff x < 0\,;\ S_1 =]-\infty;0[\ \ \backslash\ \ (I_2) \iff x \leq -2\ :\ S_2 =]-\infty;-2]$

$(I_3) \iff x \in \mathbb{R}\ :\ S_3 =]-\infty;+\infty[= \mathbb{R}\ \ \backslash\ \ S_4 = \varnothing\ \ \backslash\ \ (I_5) \iff x \leq \frac{5}{6}\ :\ S_5 = \left]-\infty;\frac{5}{6}\right]$

$(I_6) \iff x < -8\ :\ S_6 =]-\infty;-8[\ \ \backslash\ \ (I_7) \iff x < -\frac{13}{4}\ :\ S_7 = \left]-\infty;-\frac{13}{4}\right[$

$(I_8) \iff x > -6\ :\ S_8 =]-6;+\infty[$

Exercice 2. Vrai ou Faux

Dire si ces affirmations sont vraies ou fausses. Si vous pensez qu'une affirmation est vraie, démontrez-le, sinon, tentez de trouver un contre-exemple.

- **Affirmation 1** : Un entier au carré est toujours supérieur à son double.
- **Affirmation 2** : Pour tout réel x, on a : $(x+5)^2 > 0$.
- **Affirmation 3** : Les solutions réelles de l'inéquation $(I_9)\ :\ (x-5)^2 \geq (x-3)^2$ sont les nombres réels supérieurs ou égaux à 4.
- **Affirmation 4*** : L'inéquation $(I_{10})\ :\ x^2 \geq 2x-1$ admet $\mathbb{R}$ comme ensemble de solutions.

Exercice 3. Systèmes d'inéquations

Exemple 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système $(\mathscr{S})$: $\begin{cases} \mathbf{2x+1>-4} & \mathbf{:(I_1)} \\ \mathbf{1-3x \geq 2} & \mathbf{:(I_2)} \end{cases}$

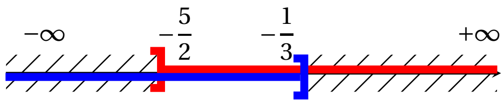
On va résoudre chacune des inéquations puis représenter les solutions sur un même axe. On en déduira alors les solutions (éventuelles) du système.

$$\begin{aligned} (I_1) &\iff 2x+1>-4 \\ &\iff 2x>-5 \\ (I_1) &\iff \boxed{x>-\frac{5}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (I_2) &\iff 1-3x \geq 2 \\ &\iff -3x \geq 1 \\ (I_2) &\iff \boxed{x \leq -\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

Écriture des solutions (sous forme d'intervalle en seconde) :

- Les solutions du système $(\mathscr{S})$ sont les réels strictement supérieurs à $\left(-\frac{5}{2}\right)$ et inférieurs ou égaux à $\left(-\frac{1}{3}\right)$.
- Représentation :



$\boxed{S=\left]-\frac{5}{2}\,;\,-\frac{1}{3}\right]}$

Exercice 4. (Seconde) Systèmes d'inéquations

Les systèmes d'inéquations sont plus spécifiquement au programme de seconde.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système $(\mathscr{S}_1)$: $\begin{cases} 3x+1>-4 & :(I_1) \\ 1-4x \geq 2 & :(I_2) \end{cases}$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système $(\mathscr{S}_2)$: $\begin{cases} 1+x>2-3x & :(I_3) \\ 3x-1<7x+1 & :(I_4) \end{cases}$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système $(\mathscr{S}_3)$: $\begin{cases} 2x>2+x & :(I_5) \\ 3x>4x-1 & :(I_6) \end{cases}$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système $(\mathscr{S}_4)$: $\begin{cases} x^2+x \leq 2-x+x^2 & :(I_7) \\ 3x+1 \leq 4x+5 & :(I_8) \end{cases}$
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système $(\mathscr{S}_5)$: $\begin{cases} 2(5x+1) \leq \frac{1}{3}x+1 & :(I_9) \\ \frac{x+1}{3} \leq 4(x+5) & :(I_{10}) \end{cases}$

Réponses

$S_1=\left]-\frac{5}{3};-\frac{1}{4}\right]$; $S_2=\left]\frac{1}{4};+\infty\right[$; $S_3=\varnothing$; $S_4=[-4;1]$; $S_5=\left[-\frac{59}{11};-\frac{3}{29}\right]$