



Math93.com

TD 1 - Troisième

Thalès

Les exercices dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont corrigés en fin de TD.

Partie I. Calculer des longueurs

Exercice 1. Application directe du cours (c)

Si besoin, les résultats seront arrondis au dixième.

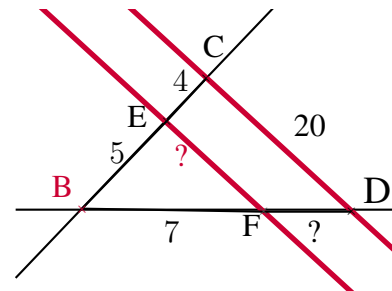
Dans la figure suivante, les droites (BC) et (BD) sont sécantes en B et les droites (EF) et (CD) sont parallèles.

On sait que :

$$BE = 5 \text{ cm} ; EC = 4 \text{ cm} ; BF = 7 \text{ cm}$$

$$\text{et } CD = 20 \text{ cm}$$

Calculer les longueurs EF et FD.



Exercice 2. Application directe du cours (Thalès croisé) (c)

Si besoin, les résultats seront arrondis au dixième.

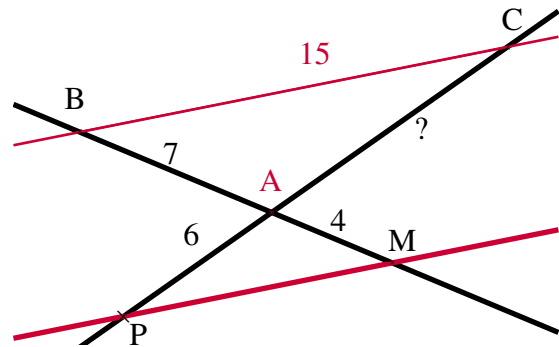
Dans la figure suivante, les droites (BM) et (PC) sont sécantes en A et les droites (BC) et (PM) sont parallèles.

On sait que :

$$AB = 7 \text{ cm} ; AM = 4 \text{ cm} ; AP = 6 \text{ cm}$$

$$\text{et } BC = 15 \text{ cm}$$

Calculer la longueur AC.



Exercice 3. Distance Terre-Lune (c)

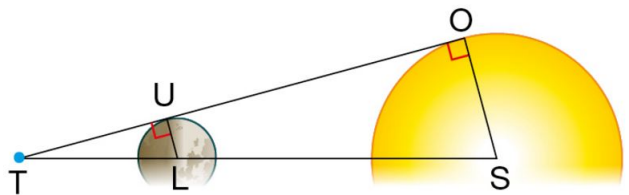
Une personne observe une éclipse solaire comme représentée ci-contre.

L'observateur est en T (sur la Terre).

les points S (centre du Soleil), L (centre de la Lune) et T sont alignés.

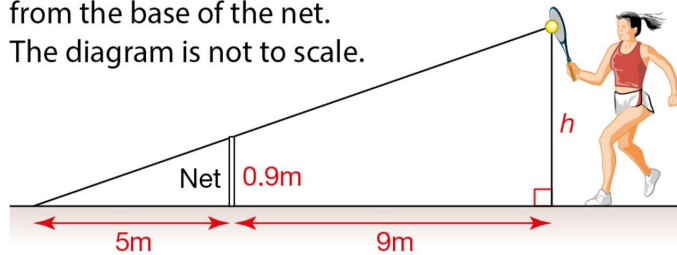
Le rayon SO du Soleil mesure 695 000 km, celui de la Lune 1 736 km et la distance Terre-Soleil est de 150 millions de km.

Calculer une valeur approchée à l'unité près de la distance Terre-Lune TL, en km.



Exercice 4. Do you fancy playing tennis? (c)

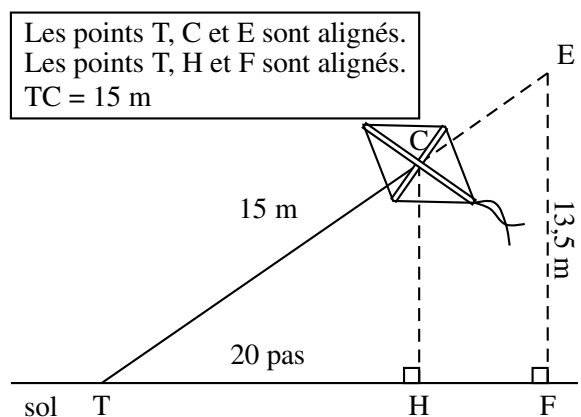
Find the value of the height h , in the following diagram, at which the tennis ball must be hit so that it will just pass over the net and land 5 meters away from the base of the net.
The diagram is not to scale.



Exercice 5. Thalès et Pythagore : Un cerf-volant

Thomas attache son cerf-volant au sol au point T.
Il fait 20 pas pour parcourir la distance TH.
Un pas mesure 0,6 mètre.
Le schéma ci-contre illustre la situation. Il n'est pas à l'échelle.

1. Montrer que la hauteur CH du cerf-volant est égale à 9 m.
2. Thomas souhaite que son cerf-volant atteigne une hauteur EF de 13,5 m.
Calculer la longueur TE de la corde nécessaire.

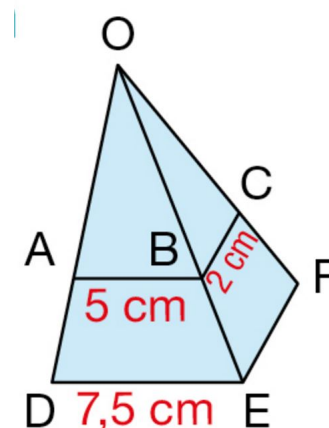


Exercice 6. * Dans une pyramide (c)

Sur cette figure, les points A, B et C appartiennent respectivement aux côtés [OD], [OE] et [OF] avec :

$$(AB) \parallel (DE) \text{ et } (BC) \parallel (EF)$$

Calculer la longueur EF.



Partie II. Droites parallèles ou pas ?

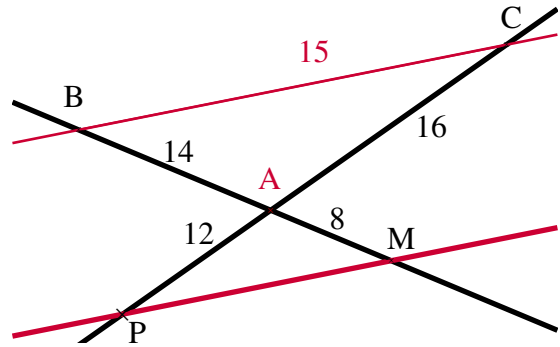
Exercice 7. Droites parallèles ... ou pas

Dans la figure suivante, les droites (BM) et (PC) sont sécantes en A. On sait que :

$$AB = 14 \text{ cm} ; AM = 8 \text{ cm} ; AP = 12 \text{ cm}$$

$$\text{et } AC = 16 \text{ cm}$$

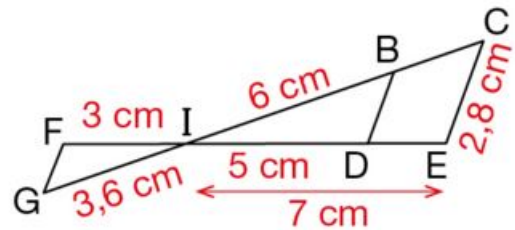
Les droites (BC) et (PM) sont-elles parallèles ?



Exercice 8. Thalès direct et réciproque

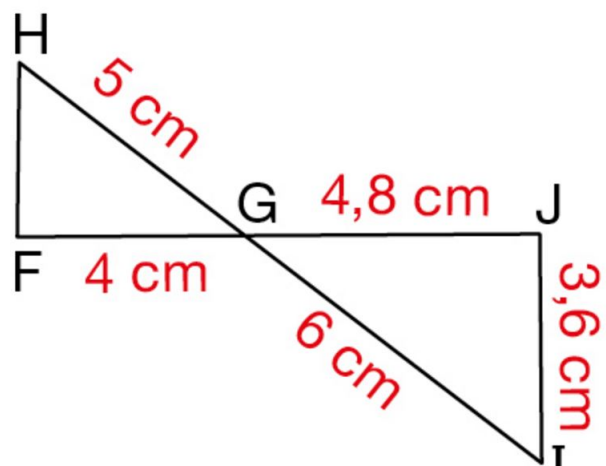
Sur cette figure, on sait que les points C, B, I, G sont alignés ainsi que les points E, D, I, F et les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

- Calculer les longueurs IC et BD .
- Les droites (GF) et (BD) sont-elles parallèles ?



Exercice 9. (*) Réciproques de Thalès et Pythagore (c)

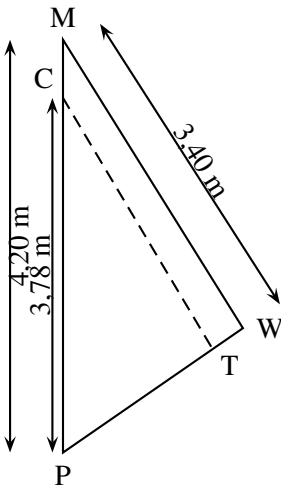
Les droites (HI) et (FJ) sont sécantes en G.
Démontrer que le triangle FGH est rectangle en F.



Facultatif : sur ce modèle faire les exercices 2 et 3 page 479, ils sont corrigés à la fin de votre manuel.

Partie III. Thalès au Brevet

Exercice 10. Brevet Centres étrangers juin 2011 (c)



Un centre nautique souhaite effectuer une réparation sur une voile.
La voile a la forme du triangle PMW ci-contre.

1. On souhaite faire une couture suivant le segment [CT].

1. a. Si (CT) est parallèle à (MW), quelle sera la longueur de cette couture ?

1. b. La quantité de fil nécessaire est le double de la longueur de la couture.

Est-ce que 7 mètres de fil suffiront ?

2. Une fois la couture terminée, on mesure :

$$PT = 1,88 \text{ m et } PW = 2,30 \text{ m}$$

La couture est-elle parallèle à (MW) ?

| Solution : 1° a) $CT = 3,06 \text{ m}$

Exercice 11. Brevet des collèges Polynésie septembre 2011 (c)

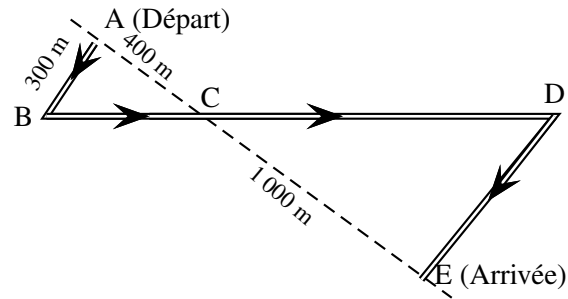
Vous ferez la figure sur votre copie en suivant les indications de l'énoncé.

1. Construire un triangle ABC tel que $AB = 13 \text{ cm}$; $AC = 12 \text{ cm}$ et $BC = 5 \text{ cm}$.
2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
3. Compléter la figure de la question 1 :
 3. a. Construire le point M du segment [AC] tel que $AM = 6 \text{ cm}$.
 3. b. Construire le point P du segment [AB] tel que $AP = 6,5 \text{ cm}$.
4. Montrer que les droites (BC) et (PM) sont parallèles.
5. Montrer que $PM = 2,5 \text{ cm}$.
6. **Dans cette question**, parmi les quatre propositions suivantes, recopier sur votre copie celle qui permet de montrer que les droites (PM) et (AC) sont perpendiculaires :
 - Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
 - Si deux droites perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
 - Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
 - Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment.

Exercice 12. Brevet des collèges Métropole - 28 juin 2012 (c)

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté par la figure ci-contre. On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.



Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

| Solution : 2 800 m

Exercice 13. D'après Brevet (c)

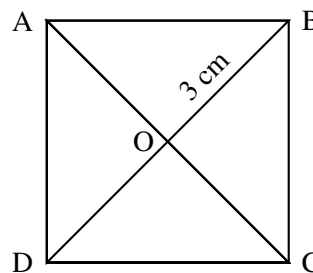
Soit le triangle ABC rectangle en A tel que : $AB = 5$ cm et $BC = 13$ cm.

1. Construire le triangle ABC.
2. Démontrer que $AC = 12$ cm.
3. Soit un point M sur le segment [AC] tel que $CM = 2,4$ cm.
Tracer la droite parallèle à (AB) et passant par le point M. Cette droite coupe (BC) en un point N. Calculer alors la longueur CN.
4. Préciser la nature du triangle CMN. Justifier la réponse.

| Solution.
3°) $CN \approx 2,6$ cm et 4°) CMN rectangle en M

Exercice 14. D'après Brevet (c)

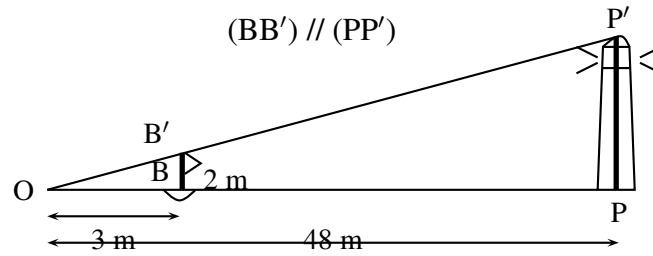
ABCD est un carré de centre O, tel que $OB = 3$ cm.
La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.



1. Construire le carré ABCD en vraie grandeur.
2. Expliquer pourquoi le triangle BCO est rectangle et isocèle en O.
3. Montrer que $BC = \sqrt{18}$ cm.
4. Sur la demi-droite [AO), placer un point E tel que $AE = 9$ cm.
Tracer la droite parallèle à la droite (BC) passant par E. Elle coupe la droite (AB) en F.
5. Calculer la valeur exacte de la longueur EF. Justifier votre réponse.

| Solution.
5°) $EF = \frac{3\sqrt{18}}{2}$ cm

Exercice 15. Un phare



Un touriste veut connaître la hauteur du phare de la pointe Vénus situé dans la commune de Mahina¹. Pour cela, il met à l'eau une bouée B, munie d'un drapeau d'une hauteur BB' de 2 m. Puis, il s'en éloigne jusqu'à ce que la hauteur du drapeau semble être la même que celle du phare. Le touriste se trouve alors au point O. La figure ci-dessus représente la situation à cet instant.

Calculer la hauteur PP' du phare.

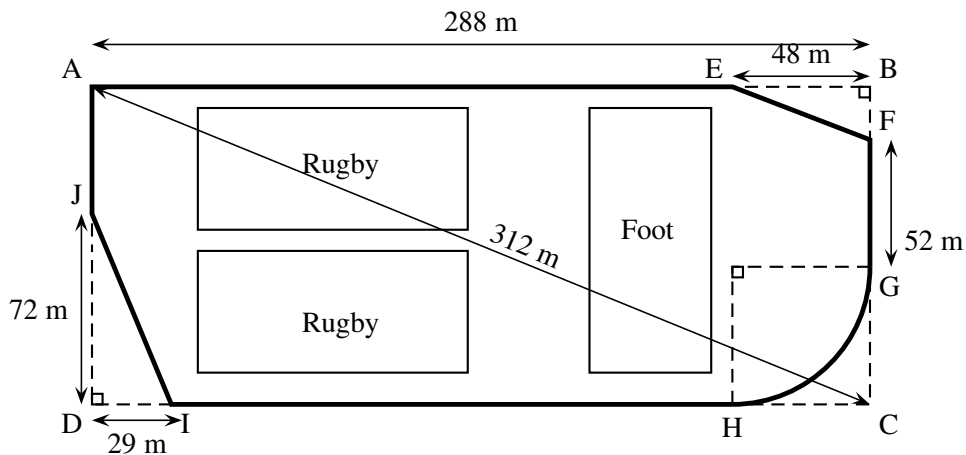
Solution : $PP' = 32 \text{ m}$

Exercice 16. Une piste cyclable

La ville BONVIVRE possède une plaine de jeux bordée d'une piste cyclable. La piste cyclable a la forme d'un rectangle ABCD dont on a « enlevé trois des coins ».

Le chemin de G à H est un arc de cercle de rayon $HC = EB = 48 \text{ m}$; les chemins de E à F et de I à J sont des segments.

Les droites (EF) et (AC) sont parallèles.



Quelle est la longueur de la piste cyclable? Justifier la réponse.

Réponses
 ≈ 756 (m).

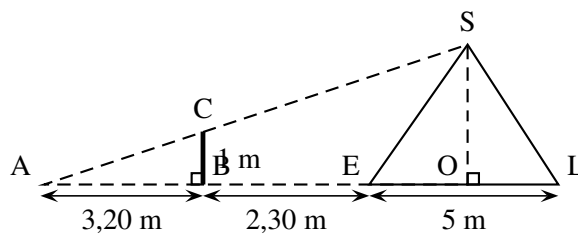
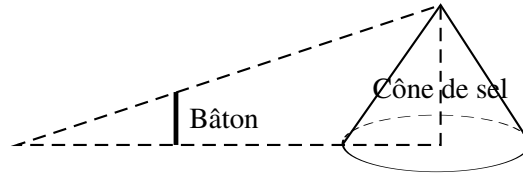
1. Mahina est une commune de la Polynésie française littorale située au nord de Tahiti.

Exercice 17. Hauteur du sel

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1.

1. a. Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur 1 mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :



Démontrer que la hauteur de ce cône de sel est égale à 2,50 mètres.

Dans cette question, on n'attend pas de démonstration rédigée. Il suffit d'expliquer brièvement le raisonnement suivi et de présenter clairement les calculs.

1. b. A l'aide de la formule $V_{\text{cône}} = \frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$, déterminer en m^3 le volume de sel contenu dans ce cône. Arrondir le résultat au m^3 près.

2. Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume $1\,000\text{ m}^3$. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser 6 mètres. Quel rayon faut-il prévoir au minimum pour la base ? Arrondir le résultat au décimètre près.

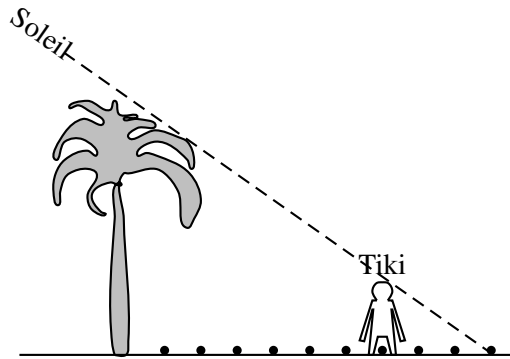
Exercice 18. Dans un cercle

1. Construire un cercle \mathcal{C} de diamètre $[AB]$ avec $AB = 10\text{ cm}$. Soit D un point du cercle \mathcal{C} tel que $AD = 8\text{ cm}$. Construire le triangle ABD .
2. Construire les points M et N des segments respectifs $[AD]$ et $[AB]$ tels que : $AM = 6\text{ cm}$ et $AN = 7,5\text{ cm}$.
3. Démontrer que les droites (MN) et (DB) sont parallèles.
4. Calculer MN et DB .
Aide : que dire du triangle inscrit ABD ?
5. Montrer que l'aire du quadrilatère $MNDB$ est égale à $10,5\text{ cm}^2$.

| Solutions : $DB = 6\text{ cm}$ et $MN = 4,5\text{ cm}$

Exercice 19. Hauteur d'un cocotier (Brevet de Polynésie, Juin 2013)

Dans le croquis ci-dessous, le tiki représente Moana, un élève de 3^e qui mesure 1,80 m.



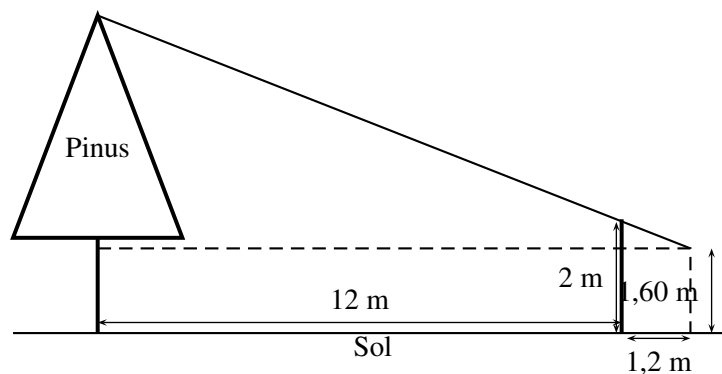
Moana a d'abord posé sur le sol, **à partir du cocotier**, des noix de coco régulièrement espacées à chacun de ses pas, puis il s'est ensuite placé exactement comme indiqué sur le croquis, au niveau de la 7^e noix de coco. **À l'aide d'informations qui proviennent des documents précédents**, calcule la hauteur du cocotier en expliquant clairement ta démarche.

Exercice 20. Hauteur d'un pinus (Brevet Polynésie, septembre 2013)

Teiki se promène en montagne et aimerait connaître la hauteur d'un Pinus (ou Pin des Caraïbes) situé devant lui. Pour cela, il utilise un bâton et prend quelques mesures au sol. Il procède de la façon suivante :

- Il pique le bâton en terre, verticalement, à 12 mètres du Pinus.
- La partie visible (hors du sol) du bâton mesure 2 m.
- Teiki se place derrière le bâton, de façon à ce que son œil, situé à 1,60 m au dessus du sol, voie en alignement le sommet de l'arbre et l'extrémité du bâton.
- Teiki marque sa position au sol, puis mesure la distance entre sa position et le bâton. Il trouve alors 1,2 m.

On peut représenter cette situation à l'aide du schéma ci-dessous :



Quelle est la hauteur du Pinus au-dessus du sol ?

Partie IV. Correction des exercices : calculer des longueurs

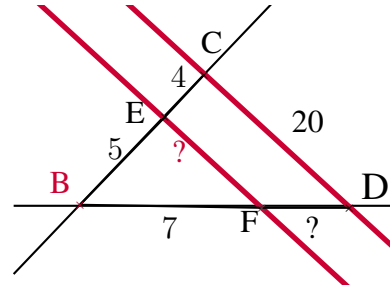
Correction de l'exercice 1 page 1

Dans la figure suivante, les droites (BC) et (BD) sont sécantes en B et les droites (EF) et (CD) sont parallèles.

On sait que :

$$BE = 5 \text{ cm} ; EC = 4 \text{ cm} ; BF = 7 \text{ cm} ; CD = 20 \text{ cm}$$

Calculer les longueurs EF et FD.



- **Données**

- Les points B,E,C et B,F,D sont alignés sur deux droites sécantes en B;
- Les droites (EF) et (CD) sont parallèles.

- **Le théorème**

Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{BE}{BC} = \frac{BF}{BD} = \frac{EF}{CD}$$

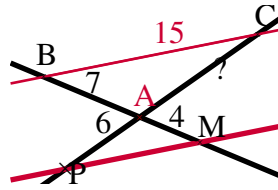
Puis en remplaçant par les valeurs avec $BC = BE + EC = 9$ puisque E appartient au segment [BD] :

$$\frac{5}{9} = \frac{7}{BD} = \frac{EF}{20}$$

On a donc 3 égalités utilisables, deux vont suffire

Pour calculer EF	Pour calculer FD
$\frac{5}{9} = \frac{EF}{20}$ <p>puis par produit en croix</p> $EF = \frac{4 \times 20}{7}$	$\frac{5}{9} = \frac{7}{BD}$ <p>puis par produit en croix</p> $BD = \frac{9 \times 7}{5}$
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $EF = \frac{80}{7} \approx 11,4 \text{ cm à } 0,1 \text{ cm près}$ </div>	$BD = \frac{63}{5} = 12,6 \text{ cm}$ <p>Et puisque le point F appartient au segment [BD] on a <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$FD = BD - BF = 5,6 \text{ cm}$</div></p>

Correction de l'exercice 2 page 1

• **Données**

- Les points A, M, B et A, P, C sont alignés sur deux droites sécantes en A;
- Les droites (BC) et (MP) sont parallèles.

• **Le théorème**

Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B} = \frac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C} = \frac{MP}{BC}$$

Puis en remplaçant par les valeurs

$$\frac{4}{7} = \frac{6}{AC} = \frac{MP}{15}$$

• **Calcul de AC :**

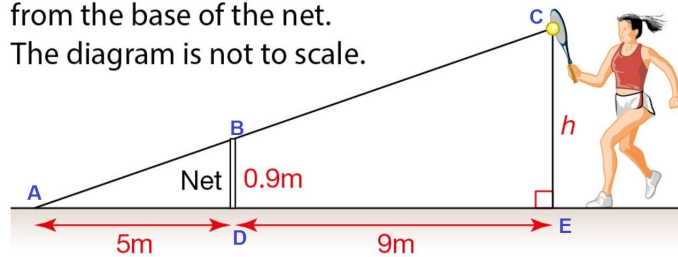
$$\frac{4}{7} = \frac{6}{AC}$$

$$\text{Soit } AC = \frac{7 \times 6}{4}$$

$$\boxed{AC = \frac{42}{4} = 10,5 \text{ cm}}$$

Correction de l'exercice 4 page 2 : Do you fancy playing tennis?

Find the value of the height h , in the following diagram, at which the tennis ball must be hit so that it will just pass over the net and land 5 meters away from the base of the net.
The diagram is not to scale.

**Remarque**

La première chose à faire dans ce genre d'exercice est de refaire un diagramme en nommant des points. On se ramène donc à un classique exercice sur Thalès.
Cependant, nous n'avons pas de droites parallèles a priori, il faut une étape intermédiaire.

- Les droites (BD) et (CE) sont perpendiculaires à une même droite (AE) qui représente le sol, elles sont donc parallèles entre-elles.
- **Données**
 - Les points A, B, C et A, D, E sont alignés sur deux droites sécantes en A ;
 - Les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

- **Le théorème**

Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{\boxed{A}D}{\boxed{A}E} = \frac{\boxed{A}B}{\boxed{A}C} = \frac{BD}{CE}$$

Puis en remplaçant par les valeurs avec $AE = AD + DE = 14$ puisque D appartient au segment $[AE]$:

$$\frac{5}{14} = \frac{AB}{AC} = \frac{0,9}{h}$$

- **Calcul de h :**

$$\frac{5}{14} = \frac{0,9}{h}$$

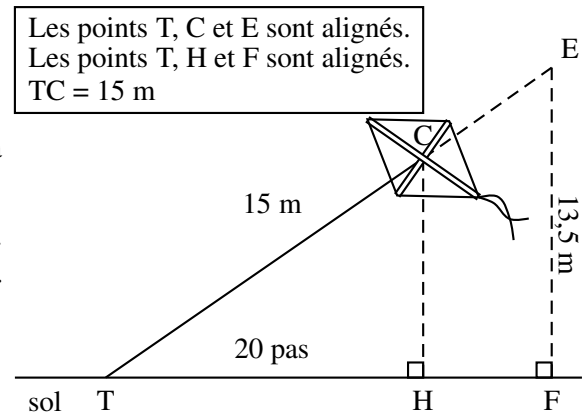
Soit $h = \frac{14 \times 0,9}{5}$

$$\boxed{AC = 2,52 \text{ m}}$$

correction exercice 5 page 2 : Thalès et Pythagore - Un cerf-volant

Thomas attache son cerf-volant au sol au point T.
 Il fait 20 pas pour parcourir la distance TH.
 Un pas mesure 0,6 mètre.
 Le schéma ci-contre illustre la situation. Il n'est pas à l'échelle.

1. Montrer que la hauteur CH du cerf-volant est égale à 9 m.
2. Thomas souhaite que son cerf-volant atteigne une hauteur EF de 13,5 m.
Calculer la longueur TE de la corde nécessaire.

**Corrigé****1. Montrer que la hauteur CH du cerf-volant est égale à 9 m.**

On a $TH = 20 \times 0,6 = 12$ (m).

Dans le triangle CTH rectangle en H le théorème de Pythagore s'écrit :

$$CT^2 = TH^2 + HC^2$$

ou

$$15^2 = 12^2 + HC^2$$

soit

$$HC^2 = 15^2 - 12^2 = 81$$

d'où puisque CH est positif, $\underline{CH = 9 \text{ m}}$.

2. Thomas souhaite que son cerf-volant atteigne une hauteur EF de 13,5 m. Calculer la longueur TE de la corde nécessaire.

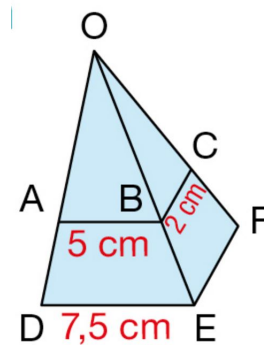
- Les droites (CH) et (EF) étant toutes deux perpendiculaires à la droite (TH) sont parallèles ;
- Les points T, H, F et T, C, E sont alignés et les droites (HC) et (EF) parallèles.
- D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{EF}{CH} = \frac{TE}{CT} \text{ soit } \frac{13,5}{9} = \frac{TE}{15}$$

$$\text{Soit } TE = 15 \times \frac{13,5}{9} = \underline{22,5 \text{ m}}$$

Correction de l'exercice 6 page 2 : dans une pyramide

Calculer la longueur EF.



- On se place dans le triangle ODE.

- **Données**

- Les points O,A,D et O,B,E sont alignés sur deux droites sécantes en O;
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

- **Le théorème**

Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OE} = \frac{AB}{DE}$$

Puis en remplaçant par les valeurs :

$$\frac{OB}{OE} = \frac{OB}{OE} = \frac{5}{7,5}$$

Soit l'égalité (1) :

$$\boxed{\frac{OB}{OE} = \frac{5}{7,5}}$$

- On se place dans le triangle OEF.

- **Données**

- Les points O,B,E et O,C,F sont alignés sur deux droites sécantes en O;
- Les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

- **Le théorème**

Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{OB}{OE} = \frac{OC}{OF} = \frac{BC}{EF}$$

Puis en remplaçant par les valeurs :

$$\frac{OB}{OE} = \frac{OC}{OF} = \frac{2}{EF}$$

Soit l'égalité (2) :

$$\boxed{\frac{OB}{OE} = \frac{2}{EF}}$$

- En utilisant les égalités (1) et (2) on obtient alors :

$$\begin{cases} \frac{OB}{OE} = \frac{5}{7,5} \\ \frac{OB}{OE} = \frac{2}{EF} \end{cases} \implies \frac{5}{7,5} = \frac{2}{EF}$$

Et donc

$$EF = \frac{7,5 \times 2}{5} = 3 \text{ cm}$$

Partie V. Correction des exercices : parallèles ou pas ?

Correction de l'exercice 7 page 3

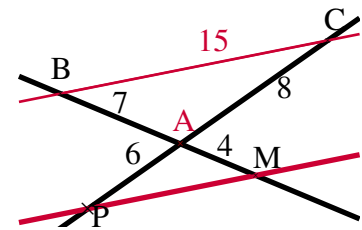
- **Données.**
Les points B, A, M et P, A, C sont alignés.
- **Le test, avec mise au même dénominateur.**

D'une part :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{8}{14} = \frac{16}{28}$$

D'autre part :

$$\frac{AP}{AC} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = \frac{21}{28}$$

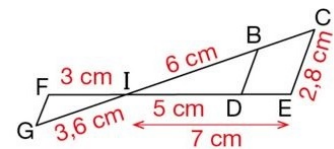


- **Conclusion.**
On n'a donc pas égalité, $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AP}{AC}$. De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Thalès*, Les droites (BC) et (MP) ne sont pas parallèles.

Correction de l'exercice 8 page 3

Sur cette figure, on sait que les points C, B, I, G sont alignés ainsi que les points E, D, I, F et que les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

- Calculer IC, puis BD.
- Montrer que les droites (GF) et (BD) sont parallèles.



Solution

a. Les droites (BC) et (DE) sont sécantes en I et les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{IB}{IC} = \frac{ID}{IE} = \frac{BD}{CE} \text{ soit } \frac{6}{IC} = \frac{5}{7} = \frac{BD}{2,8}$$

• De $\frac{6}{IC} = \frac{5}{7}$, on déduit que $5 \times IC = 6 \times 7$.

Ainsi, $IC = \frac{6 \times 7}{5} = 8,4$. Donc IC = 8,4 cm.

• De $\frac{5}{7} = \frac{BD}{2,8}$, on déduit que $BD = 2,8 \times \frac{5}{7} = 2$.

Donc BD = 2 cm.

b. • Les points G, I, B et F, I, D sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{IG}{IB} = \frac{3,6}{6} = 0,6 \text{ et } \frac{IF}{ID} = \frac{3}{5} = 0,6. \text{ Donc } \frac{IG}{IB} = \frac{IF}{ID}.$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (GF) et (BD) sont parallèles.

Conseils

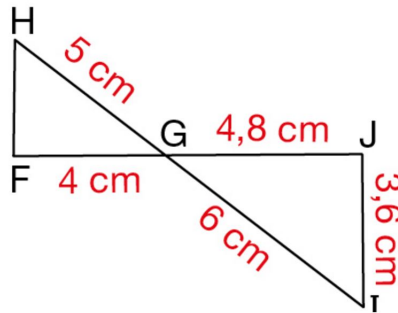
• Pour écrire les trois rapports égaux, on écrit à chaque numérateur un côté de IBD et à chaque dénominateur le côté correspondant de ICE.

Ensuite, on remplace les longueurs connues par leurs valeurs.

• Lorsque la longueur cherchée figure au dénominateur, on écrit l'égalité des produits en croix.

• Pour comparer les deux rapports $\frac{3,6}{6}$ et $\frac{3}{5}$, on peut aussi comparer les produits en croix. $6 \times 3 = 18$ et $3,6 \times 5 = 18$.

Correction de l'exercice 9 page 3 : les deux réciproques



- Étape 1 : on montre que le triangle GIJ est rectangle en J.
Si le triangle GJI est rectangle, c'est forcément en J car $[GI]$ est le plus grand côté. On a :

D'une part :	et	D'autre part :
$GI^2 = 6^2$		$GJ^2 + IJ^2 = 4,8^2 + 3,6^2$
$GI^2 = 36$		$GJ^2 + IJ^2 = 23,04 + 12,96$
		$GJ^2 + IJ^2 = 36$

Conclusion : $GI^2 = GJ^2 + IJ^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle GJI est rectangle en J .

- Étape 2 : on montre que (IJ) et (FH) sont parallèles.

– **Le test.**

D'une part :

$$\frac{GI}{GH} = \frac{6}{5} = 1,2$$

D'autre part :

$$\frac{GJ}{GF} = \frac{4,8}{4} = 1,2$$

– **Données.**

Les points H, G, I et F, G, J sont alignés dans cet ordre.

– **Conclusion.**

On a donc égalité, $\frac{GI}{GH} = \frac{GJ}{GF}$. De ce fait, d'après la *réciproque du théorème de Thalès*, Les droites (JI) et (HF) sont parallèles.

- Les droites (IJ) et (FH) sont parallèles et les droites (IJ) et (JF) sont perpendiculaires donc les droites (FH) et (JF) sont perpendiculaires car par théorème :

Théorème 1

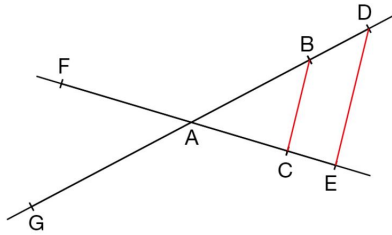
Si deux droites sont parallèles, alors, toute perpendiculaire à l'une, l'est aussi à l'autre.

- Conclusion : Le triangle GFH est donc rectangle en F.

Correction des exercices 2 et 3 page 479 du manuel

2 Les droites (BD) et (CE) se coupent en A et les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

AC = 3 cm ; AE = 4,5 cm ; AB = 4 cm et DE = 4,2 cm.



- a. Calculer les longueurs AD et BC.
 b. F et G sont les points indiqués des droites (AC) et (AB) tels que :

AF = 4,05 cm et AG = 5,4 cm.

Montrer que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

2 a. Les droites (BD) et (CE) sont sécantes en A et les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}, \text{ soit } \frac{4}{AD} = \frac{3}{4,5} = \frac{BC}{4,2}.$$

• De $\frac{4}{AD} = \frac{3}{4,5}$, on déduit que $3 \times AD = 4 \times 4,5$.

Ainsi $AD = \frac{4 \times 4,5}{3}$. Donc AD = 6 cm.

• De $\frac{3}{4,5} = \frac{BC}{4,2}$, on déduit que $BC = 4,2 \times \frac{3}{4,5}$.

Donc BC = 2,8 cm.

b. Les points F, A, C et G, A, B sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{AF}{AC} = \frac{4,05}{3} = 1,35 \text{ et } \frac{AG}{AB} = \frac{5,4}{4} = 1,35.$$

Donc $\frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AB}$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

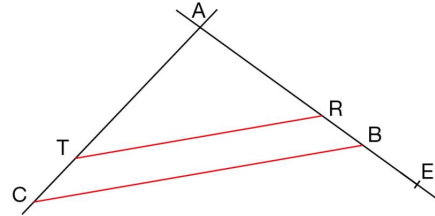
3 Les droites (BC) et (RT) sont parallèles.

Les points R et E appartiennent à la droite (AB) et le point T appartient à la droite (AC).

On donne :

AB = 6 cm ; AC = 7,2 cm ; BC = 10 cm ;

AR = 4,5 cm et BE = 2 cm.



- a. Calculer AT, TR et AE.
 b. Les droites (BT) et (EC) sont-elles parallèles ?

3 a. Les droites (TC) et (RB) sont sécantes en A et les droites (TR) et (CB) sont parallèles.

Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AT}{AC} = \frac{AR}{AB} = \frac{RT}{CB}, \text{ soit } \frac{AT}{7,2} = \frac{4,5}{6} = \frac{RT}{10}.$$

• De $\frac{AT}{7,2} = \frac{4,5}{6}$, on déduit que $AT = 7,2 \times \frac{4,5}{6}$.

Donc AT = 5,4 cm.

• De $\frac{4,5}{6} = \frac{RT}{10}$, on déduit que $RT = 10 \times \frac{4,5}{6}$.

Donc RT = 7,5 cm.

• B ∈ [AE] donc AE = AB + BE
 soit AE = 6 cm + 2 cm.

Donc AE = 8 cm.

b. Les points A, B, E et A, T, C sont alignés dans le même ordre.

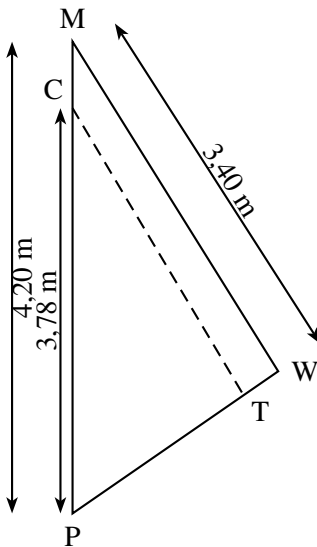
$$\frac{AB}{AE} = \frac{6}{8} = 0,75 \text{ et } \frac{AT}{AC} = \frac{5,4}{7,2} = 0,75.$$

Donc $\frac{AB}{AE} = \frac{AT}{AC}$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BT) et (EC) sont parallèles.

Partie VI. Correction des exercices : Thalès au Brevet

Correction de l'exercice 10 : Centres étrangers juin 2011



1. On souhaite faire une couture suivant le segment [CT].

1. a. Si (CT) est parallèle à (MW), quelle sera la longueur de cette couture ?

Les points P, C, M et P, T, W sont alignés, et les droites (CT) et (MW) sont parallèles, on peut donc appliquer le théorème de Thalès,

$$\frac{PC}{PM} = \frac{CT}{MW}$$

ou en remplaçant par les valeurs connues :

$$\frac{3,78}{4,2} = \frac{CT}{3,4}$$

d'où :

$$CT = \frac{3,78 \times 3,4}{4,2} = \underline{3,06 \text{ m}}$$

1. b. La quantité de fil nécessaire est le double de la longueur de la couture. Est-ce que 7 mètres de fil suffiront ?

$3,06 \times 2 = 6,12 < 7$. Donc 7 m de fil suffiront.

2. Une fois la couture terminée, on mesure : $PT = 1,88 \text{ m}$ et $PW = 2,30 \text{ m}$. La couture est-elle parallèle à (MW) ?

• Le test .

D'une part :

$$\frac{PC}{PM} = \frac{3,78}{4,2} = 0,9$$

D'autre part :

$$\frac{PT}{PW} = \frac{1,88}{2,3} \approx 0,8$$

• **Données (cas test négatif).**

Les points P, C, M et P, T, W sont alignés sur deux droites sécantes en P.

• **Conclusion.**

On n'a donc pas égalité, $\frac{PC}{PM} \neq \frac{PT}{PW}$. De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Thalès*, Les droites (CT) et (MW) ne sont pas parallèles.

La couture n'a pas été faite parallèle au bord [MW] de la voile.

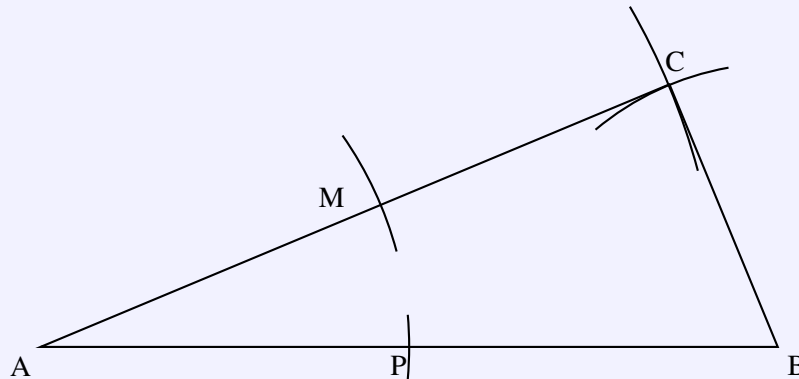
Correction de l'exercice 11

1. Construire un triangle ABC tel que $AB = 13$ cm ; $AC = 12$ cm et $BC = 5$ cm. c)



Corrigé

On trace un segment $[AB]$ de longueur 13 cm et les cercles centrés en A et B de rayons respectifs 12 et 5 cm qui se coupent en C.



2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.



Corrigé

Si le triangle ABC est rectangle, c'est forcément en C car $[AB]$ est le plus grand côté. On a :

$$\left. \begin{array}{l} \text{D'une part :} \\ AB^2 = 13^2 \\ AB^2 = 169 \end{array} \right\} \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \text{D'autre part :} \\ AC^2 + BC^2 = 12^2 + 5^2 \\ AC^2 + BC^2 = 144 + 25 \\ AC^2 + BC^2 = 169 \end{array} \right.$$

Conclusion : $AB^2 = AC^2 + BC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C .

3. Compléter la figure de la question 1 :
3. a. Construire le point M du segment $[AC]$ tel que $AM = 6$ cm.
3. b. Construire le point P du segment $[AB]$ tel que $AP = 6,5$ cm.
4. Montrer que les droites (BC) et (PM) sont parallèles.



Corrigé

- Données : les points A, P, B et A, M, C sont alignés dans cet ordre.
- On a d'une part :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{6}{12} = 0,5$$

et d'autre part :

$$\frac{AP}{AB} = \frac{6,5}{13} = 0,5$$

- Donc : $\frac{AM}{AC} = \frac{AP}{AB}$ qui montre d'après la réciproque de la propriété de Thalès que les droites

(MP) et (CB) sont parallèles.

5. Montrer que $PM = 2,5$ cm.



Corrigé

- Les points les points A, P, B et A, M, C sont alignés et les droites (MP) et (BC) sont parallèles
- D'après Thalès on a alors :

$$\frac{MP}{CB} = \frac{AP}{AB}$$

soit

$$\frac{MP}{5} = \frac{6,5}{13}$$

Donc

$$MP = \frac{5 \times 6,5}{13} = \underline{2,5 \text{ cm}}$$

6. Démontrer que les droites (PM) et (AC) sont perpendiculaires.

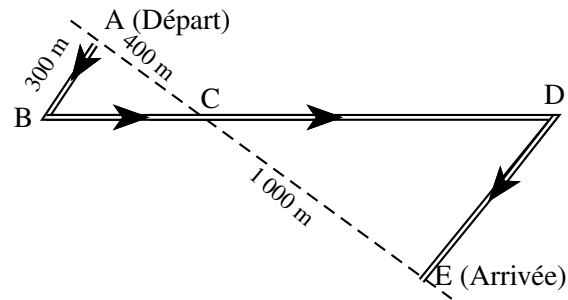


Corrigé

Comme (AC) est perpendiculaire à la droite (CB) il en résulte que la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (MP) : le triangle AMP est rectangle en M

Corrigé de l'exercice 12 : Le parcours (Métropole 2012)

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté par la figure ci-contre. On convient que :



- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.

Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

- Longueur BC :

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 300^2 + 400^2$$

$$BC^2 = 90000 + 160000$$

$$BC^2 = 250000$$

Or BC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$BC = \sqrt{250000}$$

$$BC = \underline{500 \text{ m}}$$

- Longueurs CD et DE :

Les points A, C, E et B, C, D sont alignés sur deux droites sécantes en C.

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles. Le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE} = \frac{BA}{DE} \quad \text{donc} \quad \frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} = \frac{300}{DE}$$

- Calculons CD :

$$\frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} \quad \text{donc} \quad CD = \frac{1000 \times 500}{400} = \underline{1250 \text{ m}}$$

- Calculons DE :

$$\frac{400}{1000} = \frac{300}{DE} \quad \text{donc} \quad DE = \frac{1000 \times 300}{400} = \underline{750 \text{ m}}$$

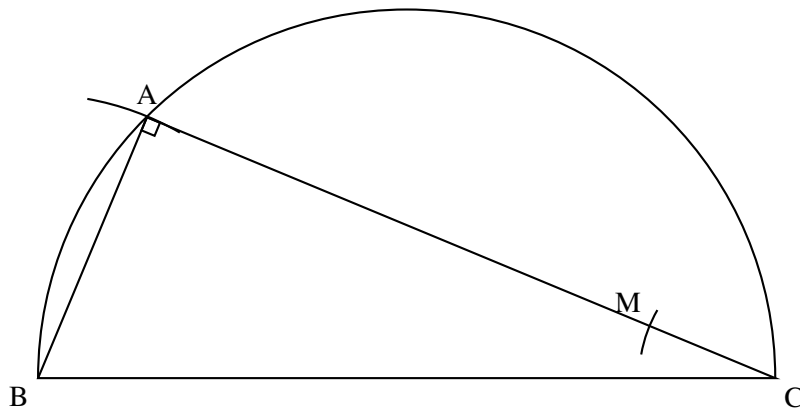
- Longueur $ABCDE$:

$$\ell(ABCDE) = AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1250 + 750 = \underline{2800 \text{ m}}$$

Correction de l'exercice 13

oit le triangle ABC rectangle en A tel que : $AB = 5 \text{ cm}$ et $BC = 13 \text{ cm}$.

1. Construire le triangle ABC.



2. Démontrer que $AC = 12 \text{ cm}$.

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABC rectangle en A s'écrit :

$$BC^2 = BA^2 + AC^2$$

ou

$$AC^2 = BC^2 - BA^2 = 13^2 - 5^2 = 144$$

Donc $AC = 12 \text{ cm}$.

3. Soit un point M sur le segment $[AC]$ tel que $CM = 2,4 \text{ cm}$. Tracer la droite parallèle à (AB) et passant par le point M. Cette droite coupe (BC) en un point N. Calculer alors la longueur CN.

La droite (MN) est parallèle à la droite (AB) . La propriété de Thalès permet d'écrire :

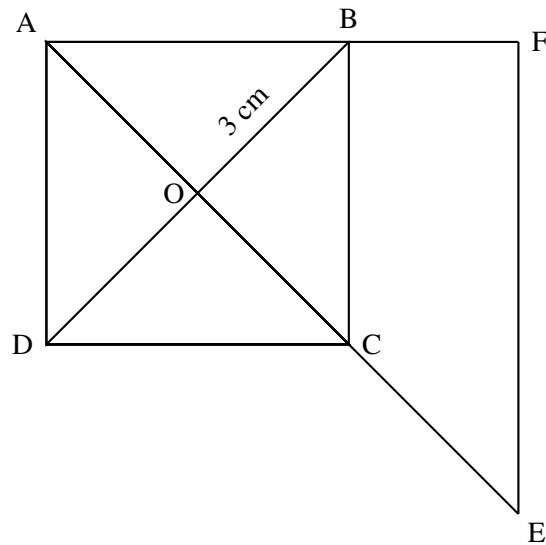
$$\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB}, \quad \text{d'où} \quad CN = \frac{CM \times CB}{CA} = \frac{2,4 \times 13}{12} = 2,6 \text{ (cm)}.$$

4. Préciser la nature du triangle CMN. Justifier la réponse.

La droite (MN) est parallèle à la droite (AB) et celle-ci est perpendiculaire à la droite (AC) ; donc les droites (MN) et (AC) sont perpendiculaires en M : le triangle CMN est rectangle en M.

Correction de l'exercice 14

1. Sur la feuille annexe, construire le carré ABCD en vraie grandeur.



2. Expliquer pourquoi le triangle BCO est rectangle et isocèle en O.

Dans un carré les diagonales sont perpendiculaires, donc BCO est rectangle en O, ont la même longueur et le même milieu; on a donc en particulier $OB = OC$: le triangle OBC est rectangle en O, isocèle.

3. Montrer que $BC = \sqrt{18}$ cm.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle BCO rectangle en O :

$$BC^2 = BO^2 + OC^2 = 3^2 + 3^2 = 2 \times 3^2, \text{ donc } \underline{BC = \sqrt{18} \text{ cm.}}$$

4. Sur la demi-droite [AO), placer un point E tel que $AE = 9$ cm.

Tracer la droite parallèle à la droite (BC) passant par E. Elle coupe la droite (AB) en F.

5. Calculer la valeur exacte de la longueur EF. Justifier votre réponse.

Les droites (EF) et (BC) sont parallèles et les points A, B, F et A, C E sont alignés.

Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{EF}, \text{ soit } \frac{6}{9} = \frac{\sqrt{18}}{EF},$$

d'où

$$EF = \frac{9 \times \sqrt{18}}{6} = \frac{3\sqrt{18}}{2} \text{ cm}$$