



# TD 1 - Troisième

## Triangles Semblables

Les exercices dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont intégralement corrigés en fin de TD.

### Première partie

## Applications directes du cours

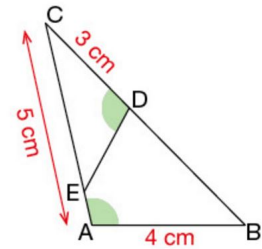
### Exercice 1. Application directe (c)

#### 1 Énoncé

ABC est un triangle tel que  $AB = 4$  cm et  $AC = 5$  cm.

D est le point de [BC] tel que  $CD = 3$  cm et E est le point de [AC] tel que  $\widehat{CDE} = \widehat{BAC}$ .

- Démontrer que les triangles ABC et CDE sont semblables.
- Indiquer les sommets et les côtés homologues.
- Calculer la longueur ED.



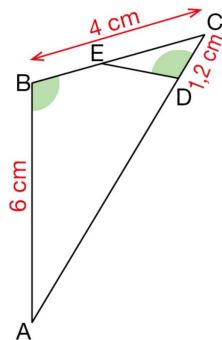
### Exercice 2. Application directe (c)

2 ABC est un triangle tel que  $AB = 6$  cm et  $BC = 4$  cm.

D est le point du côté [AC] tel que  $CD = 1,2$  cm.

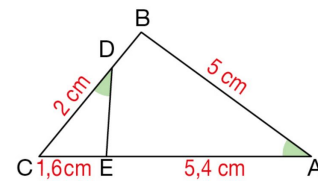
E est le point du côté [BC] tel que  $\widehat{CDE} = \widehat{ABC}$ .

- Démontrer que les triangles ABC et CDE sont semblables.
- Indiquer les sommets et les côtés homologues.
- Calculer la longueur ED.



### Exercice 3. Application directe (c)

3 Les points C, D, B sont alignés ainsi que les points C, E, A.



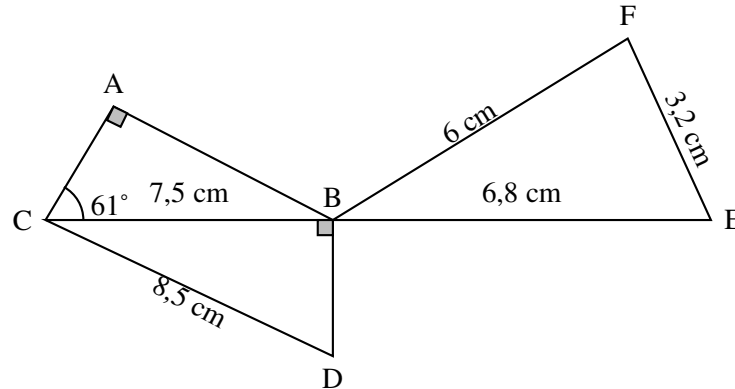
- Démontrer que les triangles ABC et CDE sont semblables. Préciser les sommets et côtés homologues.
- Calculer les longueurs CB et DE. Si utile, donner une valeur approchée au dixième près.

## Deuxième partie

## Exercices du Brevet

## Exercice 4.

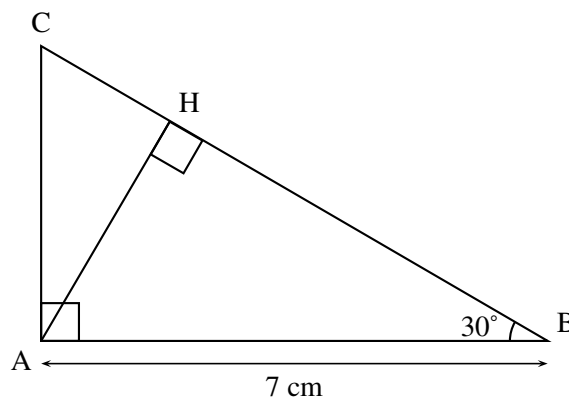
La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur. Les points C, B et E sont alignés. Le triangle ABC est rectangle en A. Le triangle BDC est rectangle en B.



1. Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables .
2. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BEF}$  arrondie au degré près.

## Exercice 5.

La figure ci-contre n' est pas à l'échelle



On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel que  $\widehat{ABC} = 30^\circ$  et  $AB = 7$  cm. H est le pied de la hauteur issue de A.

1. Tracer la figure en vraie grandeur sur la copie. Laisser les traits de construction apparents sur la copie.
2. Démontrer que  $AH = 3,5$  cm.
3. Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.
4. Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC.

# Correction

## Correction de l'exercice 1

### Solution

a.  $\widehat{CDE} = \widehat{BAC}$  et  $\widehat{ECD} = \widehat{ACB}$ .

Les triangles ABC et CDE ont deux angles de même mesure, donc ils sont semblables.

b. On peut construire ce tableau.

Sommets homologues	Côtés homologues
A et D	[BC] et [EC]
B et E	[AC] et [DC]
C et C	[AB] et [DE]

c. • Les longueurs des côtés homologues des triangles ABC et ECD sont proportionnelles donc :

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC}$$

soit  $\frac{4}{DE} = \frac{5}{3} = \frac{BC}{EC}$ .

• De  $\frac{4}{DE} = \frac{5}{3}$ , on déduit que  $5 \times DE = 3 \times 4$ ,

c'est-à-dire  $DE = \frac{3 \times 4}{5} = 2,4$ .

Donc  $DE = 2,4$  cm.

### Conseils

• Les angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{CDE}$  ont la même mesure, donc les sommets A et D sont homologues.

• Les côtés opposés à deux angles homologues sont homologues.

• On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité.

4	5	BC
DE	3	EC

$\times 0,6$

$\frac{3}{5} = 0,6$  et  $DE = 0,6 \times 4 \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$ .

## Correction de l'exercice 2

2 a.  $\widehat{EDC} = \widehat{ABC}$  et  $\widehat{DCE} = \widehat{ACB}$ .

Les triangles ABC et CDE ont deux angles deux à deux de même mesure, donc ils sont semblables.

b. On peut construire ce tableau.

Sommets homologues	Côtés homologues
A et E	[BC] et [DC]
B et D	[AC] et [EC]
C et C	[AB] et [ED]

c. Les longueurs des côtés homologues des triangles ABC et CDE sont proportionnelles donc :

$$\frac{AB}{ED} = \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC} \text{ soit } \frac{6}{ED} = \frac{AC}{EC} = \frac{4}{1,2}$$

De  $\frac{6}{ED} = \frac{4}{1,2}$ , on déduit que :  $4 \times ED = 6 \times 1,2$

c'est-à-dire  $ED = \frac{6 \times 1,2}{4} = 1,8$ .

Donc  $ED = 1,8$  cm.

## Correction de l'exercice 3

3 a.  $\widehat{EDC} = \widehat{CAB}$  et  $\widehat{DCE} = \widehat{BCA}$ .

Les triangles ABC et CDE ont deux angles deux à deux de même mesure, donc ils sont semblables.

b. • On peut construire ce tableau.

Sommets homologues	Côtés homologues
A et D	[BC] et [EC]
B et E	[AC] et [DC]
C et C	[AB] et [ED]

•  $AC = AE + EC = 1,6 \text{ cm} + 5,4 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$ .

Les longueurs des côtés homologues des triangles ABC et CDE sont proportionnelles donc :

$$\frac{AB}{ED} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC} \text{ soit } \frac{5}{ED} = \frac{7}{2} = \frac{BC}{1,6}$$

• De  $\frac{7}{2} = \frac{BC}{1,6}$ , on déduit que :  $BC = 1,6 \times \frac{7}{2}$ .

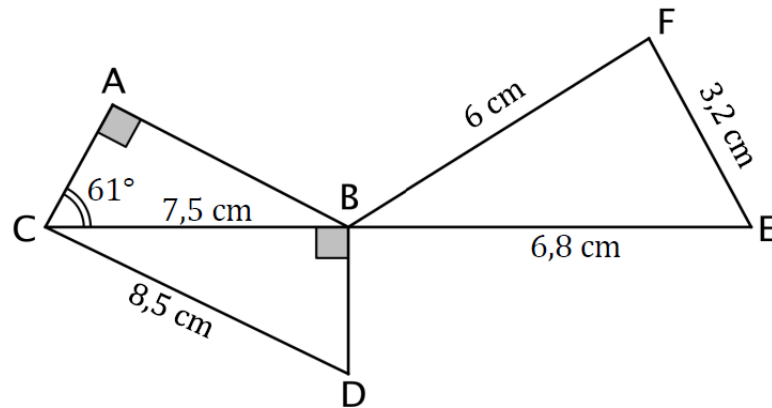
Donc  $BC = 5,6$  cm.

• De  $\frac{5}{ED} = \frac{7}{2}$ , on déduit que :  $7 \times ED = 5 \times 2$ ,

c'est-à-dire  $ED = \frac{5 \times 2}{7}$ .

Donc  $ED \approx 1,4$  cm.

## Correction de l'exercice 4



## 1. Montrer que CBD et BFE sont semblables

- Calculons  $BD$ .

Dans le triangle  $BDC$  rectangle en  $B$ , d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} DC^2 &= BD^2 + BC^2 \\ 8,5^2 &= BD^2 + 7,5^2 \\ BD^2 &= 8,5^2 - 7,5^2 \\ BD^2 &= 72,25 - 56,25 \\ BD^2 &= 16 \end{aligned}$$

Or  $BD$  est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} BD &= \sqrt{16} \\ BD &= \underline{4 \text{ cm}} \end{aligned}$$

- Montrons que les triangles CBD et BFE ont les mesures de leurs côtés proportionnelles.

On va faire le rapport des longueurs en les classant par ordre croissant.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{BD}{FE} = \frac{4}{3,2} = 1,25 \\ \frac{BC}{FB} = \frac{7,5}{6} = 1,25 \\ \frac{CD}{BE} = \frac{8,5}{6,8} = 1,25 \end{array} \right.$$

Les trois rapports de longueurs des triangles sont égaux, donc les triangles CBD et BFE sont semblables.

2. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BEF}$  arrondie au degré près.

- Montrons que BEF est rectangle.

– Méthode 1 : Puisque les triangles BEF et BCD sont semblables, ils sont de même nature donc rectangles. L'hypoténuse étant le plus grand côté, c'est  $[BE]$  dans BEF et donc le triangle BFE est nécessairement rectangle en F.

– Méthode 2 : avec Pythagore.

\* **Données.**

Si le triangle BFE est rectangle, c'est en F car  $[BE]$  est le plus grand côté.

\* **Le test.**

D'une part :

$$BE^2 = 6,8^2 = 46,24$$

D'autre part :

$$BF^2 + FE^2 = 6^2 + 3,2^2 = 46,24$$

\* **Conclusion.**

On a donc égalité,  $BF^2 + FE^2 = BE^2$  donc d'après la *réci-proque du théorème de Pythagore*, le triangle BEF est rectangle en F.

- Calcul de l'angle. BEF rectangle en F donc :

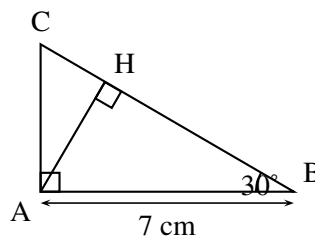
$$\cos \widehat{BEF} = \frac{EF}{EB} \iff \cos \widehat{BEF} = \frac{3,2}{8,8}$$

d'où

$$\widehat{BEF} = \arccos \frac{3,2}{8,8} \approx \underline{62^\circ}$$

### Correction de l'exercice 5

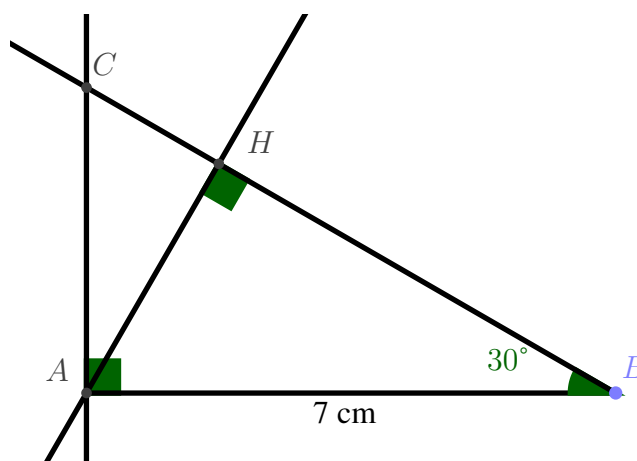
La figure ci-contre n'est pas à l'échelle



On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel que  $\widehat{ABC} = 30^\circ$  et  $AB = 7$  cm. H est le pied de la hauteur issue de A.

**1. Tracer la figure en vraie grandeur sur la copie. Laisser les traits de construction apparents sur la copie.**

- On trace le segment [AH] de 7 cm ;
- On trace la demi-droite [BC) faisant un angle de  $30^\circ$  avec (AH), sans construire C.
- On place C en traçant la perpendiculaire à (AB) issue de A ;
- Puis H en traçant la perpendiculaire à (CB) issue de A



**2. Démontrer que  $AH = 3,5$  cm.**

Le triangle AHB est rectangle en H donc on a :

$$\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB} \iff \sin 30^\circ = \frac{AH}{7}$$

Donc

$$AH = 7 \times \sin 30^\circ = \underline{3,5 \text{ cm}}$$

**3. Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.**

Les triangles ABC et HAC sont rectangles (en A et H) et ont un angles  $\widehat{ACB}$  en commun, ils sont donc semblables avec :

$$\begin{cases} A \rightarrow H \\ B \rightarrow A \\ C \rightarrow C \end{cases}$$

**4. Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC.**

Les triangles ABC et HAC sont semblables donc les côtés homologues sont proportionnels. Le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC est :

$$k = \frac{AH}{BA} = \frac{3,5}{7} = \frac{1}{2}$$