Math93.com

TD 2 - Troisième

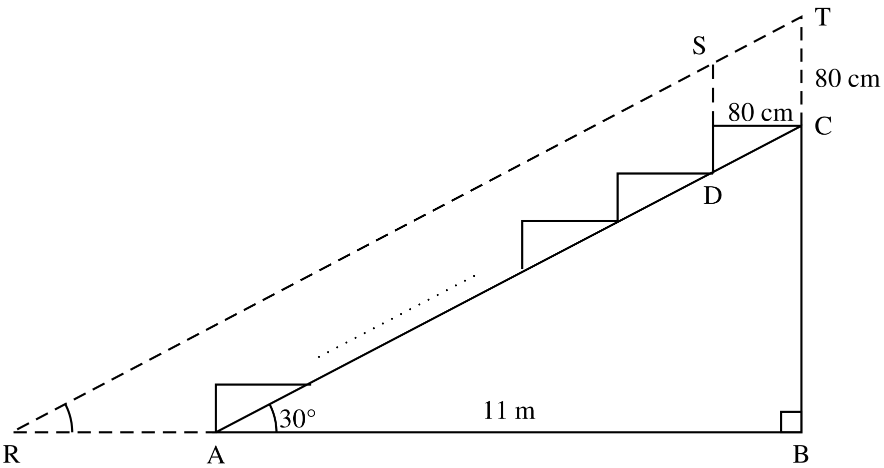
La trigonométrie au Brevet et compléments (version élève à compléter sans les corrigés)

Les exercices suivants dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont corrigés intégralement en fin du présent TD. Les autres proposent juste des éléments de réponses et une correction détaillée sur le site www.math93.com

Partie I. La trigonométrie au Brevet

Exercice 1. Polynésie, Septembre 2017 (c)

La figure ci-dessous représente le plan de coupe d'une tribune d'un gymnase. Pour voir le déroulement du jeu, un spectateur du dernier rang assis en C doit regarder au-dessus du spectateur placé devant lui et assis en D. Une partie du terrain devant la tribune lui est alors masquée. On considérera que la hauteur moyenne d'un spectateur assis est de 80 cm (CT = DS = 80 cm).



Sur ce plan de coupe de la tribune :

- les points R, A et B sont alignés horizontalement et les points B, C et T sont alignés verticalement ;
- les points R, S et T sont alignés parallèlement à l'inclinaison (AC) de la tribune ;
- on considérera que la zone représentée par le segment [RA] n'est pas visible par le spectateur du dernier rang ;
- la largeur au sol AB de la tribune est de 11 m et l'angle $\widehat{BAC}$ d'inclinaison de la tribune mesure 30°.

1. Montrer que la hauteur BC de la tribune mesure 6, 35 m, arrondie au centième de mètre près.

2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BRT}$?

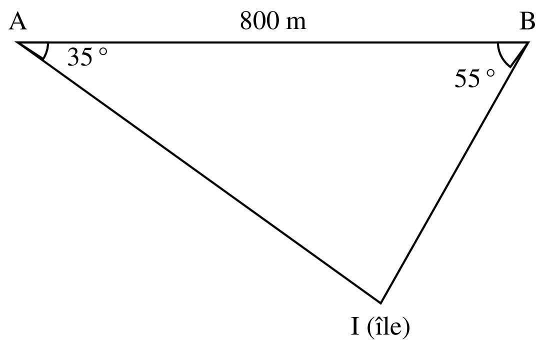
3. Calculer la longueur RA en centimètres. Arrondir le résultat au centimètre près.

Réponses

(2.) 30° ; *(3.)* $AR \approx 1,38$ *m.*

Exercice 2. Brevet des collèges Amérique du Sud, novembre 2012. (c)

Deux bateaux sont au large d'une île et souhaitent la rejoindre pour y passer la nuit. On peut schématiser leurs positions A et B comme indiquées ci-contre. Ils constatent qu'ils sont séparés de 800 m, et chacun voit l'île sous un angle différent.
Déterminer, au m près, la distance qui sépare chaque bateau de l'île.

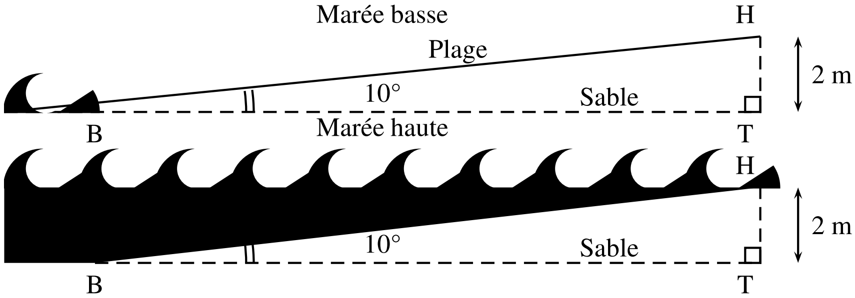


Solution.
$AI \simeq 655$ m et $BI \simeq 459$ m

Exercice 3. Brevet des collèges Nouvelle-Calédonie, 11 décembre 2012 (c)

Le niveau de la mer monte et descend suivant le cycle des marées. Les deux schémas ci-dessous représentent la même plage parfaitement lisse, à deux instants de la journée.

On a : HT = 2 m, HBT= 10° et (HT) $\perp$ (BT).

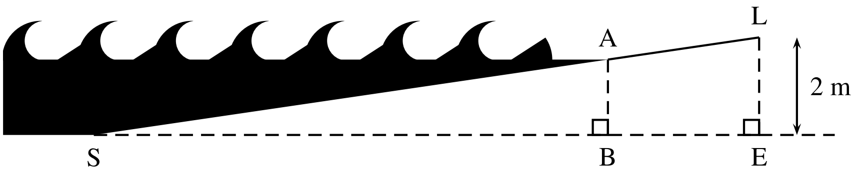


1. Calculer la longueur BH, en mètres, de plage recouverte par la mer à marée haute. Donner l'arrondi au dixième près.

2. Sur une autre plage de pente différente (mais toujours parfaitement lisse), la mer a recouvert la plage jusqu'au point L. Deux heures plus tard, la mer s'est retirée et se situe désormais au point A.

Sur le schéma, les points S, B et E sont alignés. Ils correspondent au niveau horizontal.

On a : SL = 9 m ; AL = 2,25 m ; (AB) $\perp$ (SE) ; (LE) $\perp$ (SE).



Démontrer que les droites (AB) et (LE) sont parallèles.

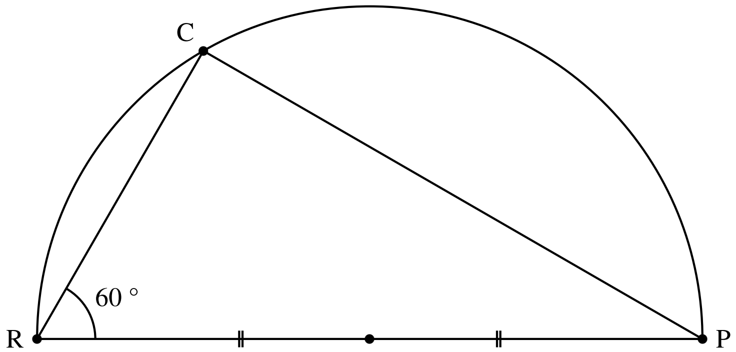
Calculer la longueur AB, en mètres, du niveau vertical actuel de la mer.

Solution.
BH $\simeq$ 5,8 m (au dixième près)

Exercice 4. A vos pellles ! Brevet Nouvelle-Calédonie, 6 décembre 2011 (c)

Voici une carte découverte par Ruffy qui lui permettra de déterrer le fabuleux trésor de Math le Pirate. On note :

- R le roche en forme de crâne, C le cocotier sous lequel est enterré le trésor
- P le phare et C est sur le demi-cercle de diamètre [PR]



La distance du phare au rocher en forme de crâne est de 3 000 brasses.

Aidez-le à mettre la main sur le butin :

1. Démontrer que le triangle PRC est un triangle rectangle.

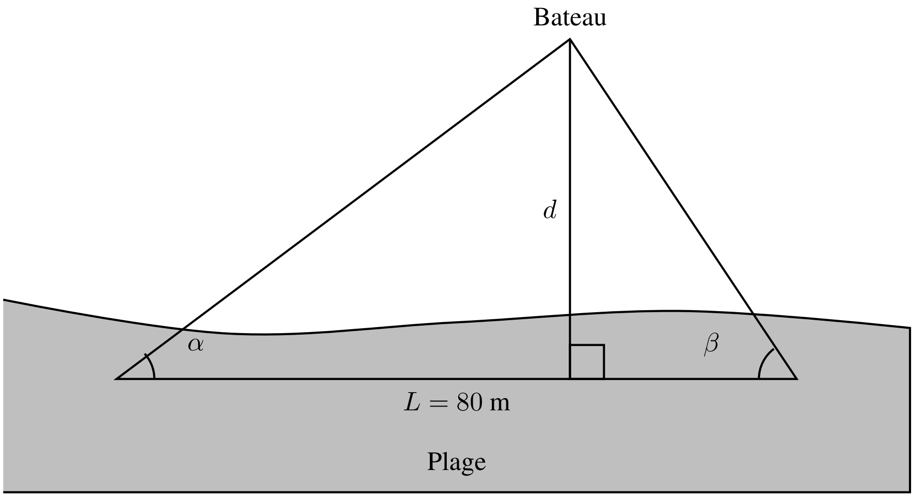
2. Calculer la distance RC en brasses.

À vos pelles ! ! !

Solution.
2°) RC = 1 500 brasses.

Exercice 5. Brevet Asie 22 Juin 2015 (c)

Un bateau se trouve à une distance d de la plage.



Supposons dans tout le problème que $\alpha = 45°$, $\beta = 65°$ et que $L = 80$ m.

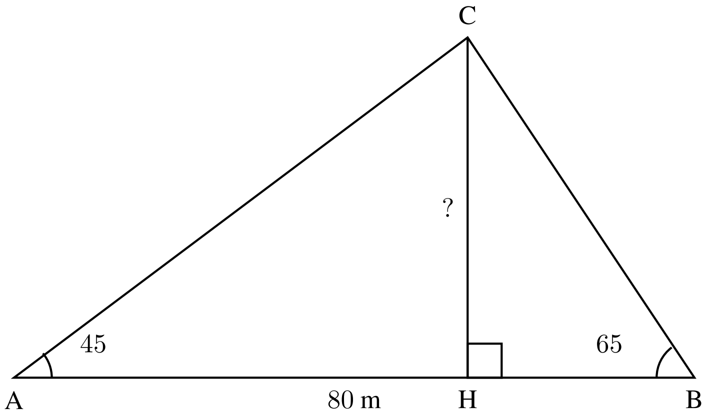
1. Conjecturons la distance d à l'aide d'une construction

Mise au point par Thalès (600 avant JC), la méthode dite de TRIANGULATION propose une solution pour estimer la distance d.

1. a. Faire un schéma à l'échelle 1/1 000 (1 cm pour 10 m).

1. b. Conjecturer en mesurant sur le schéma la distance d séparant le bateau de la côte.

2. Déterminons la distance d par le calcul



2. a. Expliquer pourquoi la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{ACB}}$ est de 70 °.

2. b. Dans tout triangle ABC, on a la relation suivante appelée « loi des sinus » :

$$\frac{\mathrm{BC}}{\sin\widehat{\mathrm{A}}} = \frac{\mathrm{AC}}{\sin\widehat{\mathrm{B}}} = \frac{\mathrm{AB}}{\sin\widehat{\mathrm{C}}}.$$

En utilisant cette formule, calculer la longueur BC. Arrondir au cm près.

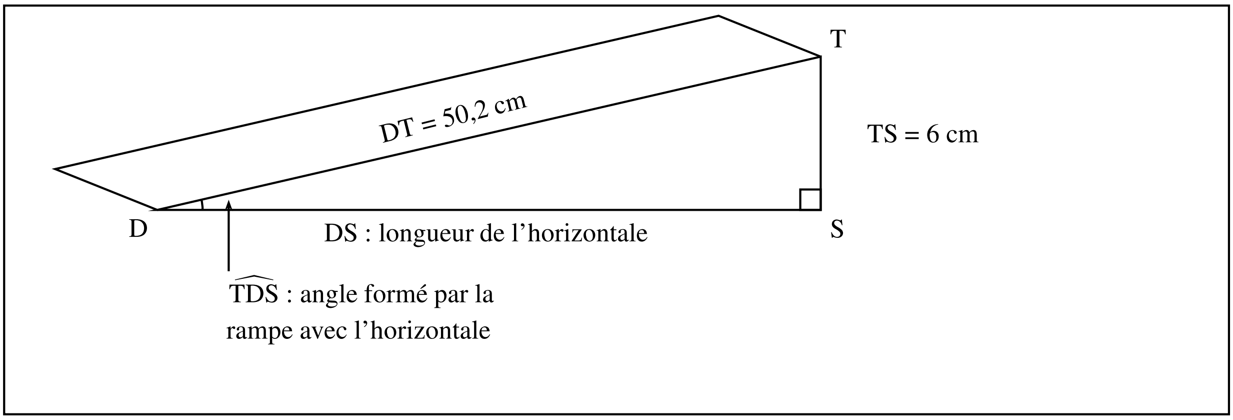
2. c. En déduire la longueur CH arrondie au cm près.

Réponses
Le corrigé détaillé sur www.math93.com

Exercice 6. Brevet des collèges Métropole, septembre 2015 (c)

Une boulangerie veut installer une rampe d'accès pour des personnes à mobilité réduite.
Le seuil de la porte est situé à 6 cm du sol.

- **Document 1 : Schéma représentant la rampe d'accès**



- **Document 2 : Extrait de la norme relative aux rampes d'accès pour des personnes à mobilité réduite**

La norme impose que la rampe d'accès forme un angle inférieur à 3° avec l'horizontale sauf dans certains cas.
Cas particuliers :

L'angle formé par la rampe avec l'horizontale peut aller :

- jusqu'à 5° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 2 m.
- jusqu'à 7° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m.

Cette rampe est-elle conforme à la norme ?

Exercice 7. Brevet des collèges Nouvelle-Calédonie, décembre 2010

La construction de la cathédrale de Mata Utu à Wallis (Wallis-et-Futuna ou les îles Wallis et Futuna est une collectivité d'outre-mer française située dans l'hémisphère sud) , date de 1951 et s'est faite sans suivre de plan. Tout s'est fait avec les qualités visuelles et manuelles des ouvriers.

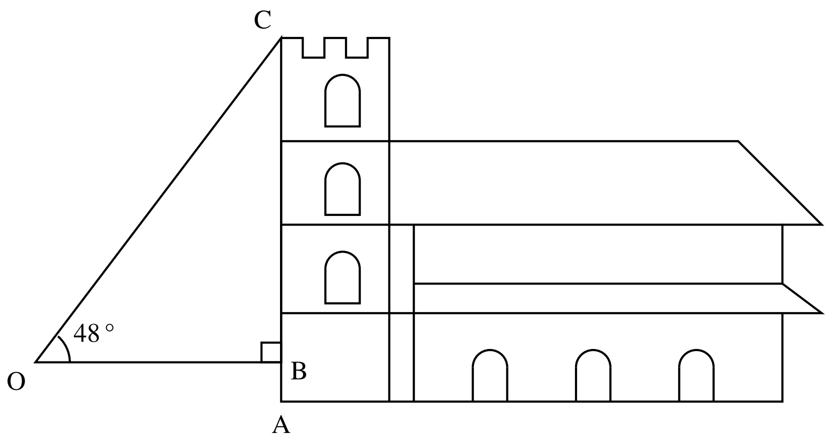
C'est pourquoi aucune donnée « numérique » ne reste de cette construction (hauteur, longueur, ...).

Un jour, le jeune Paulo a voulu calculer la hauteur de la cathédrale. Il fait alors une figure la représentant vue de côté (voir ci-dessous) en nommant les points O, A, B et C qui vont lui permettre de faire le calcul.

Grâce à un instrument de mesure placé en O à 1,80 m du sol, il mesure l'angle $\widehat{COB}$ qui fait 48 °.

Ensuite, il trouve OB = 15m (on suppose que les murs de la cathédrale sont bien perpendiculaires au sol).

Calculer alors la hauteur CA de la cathédrale (arrondie au dixième de mètre).



Solution.
CA ≃ 18,5 m (à 0,1 m près)

Exercice 8. Brevet des collèges, septembre 2008

On considère un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que BC = 8 cm.
On place sur ce cercle un point A tel que BA = 4 cm.

1. Faire une figure en vraie grandeur.

2.

2. a. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

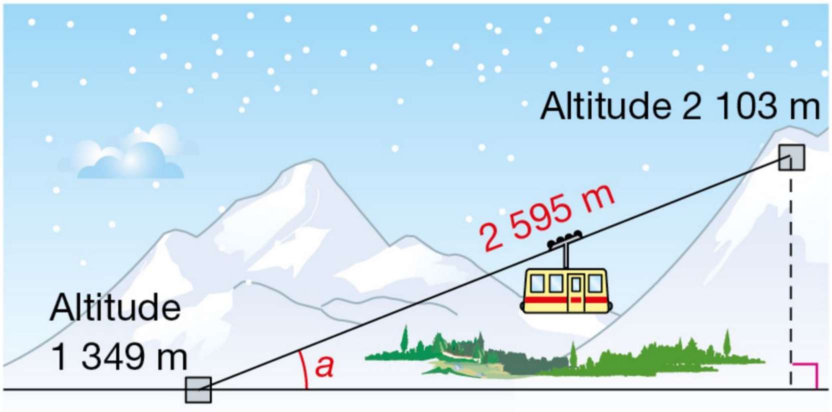
2. b. Calculer la valeur exacte de la longueur AC. Donner la valeur arrondie de AC au millimètre près,

2. c. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.

3. On construit le point E symétrique du point B par rapport au point A. Quelle est la nature du triangle BEC ? Justifier.

Solutions.
2b) $AC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \approx 6,9\ cm$
2c) $\widehat{ABC} = 60°$

Exercice 9. A cable car



Donner une valeur approchée au degré près de l'angle formé par le câble et l'horizontal.

Exercice 10. KWYK

Effectuer le TD bilan Kwyk et si vous obtenez plus de 17/20, passez à la section suivante.

Sinon, il est conseillé de refaire les exercices du TD 1 et les exercices corrigés page 523 de votre manuel.

Partie II. Compléments et prolongements ... là, on peut discuter !

Exercice 11. La formule d'Al-kashi (*) : Brevet des collèges Polynésie, septembre 2010 (c)

Remarque historique

Al-Kachi ou Al-Kashi (« le natif de Kashan »), est mathématicien et astronome perse (vers 1380, Kashan (Iran) - 1429, Samarcande (Ouzbékistan). Ce mathématicien est surtout célèbre pour avoir calculé le nombre π avec une précision de seize décimales, précision qui ne fut pas dépassée pendant près de deux siècles. La formule dite d'Al-Kashi n'est appelée ainsi qu'en France, elle est nommée *loi des cosinus* dans le reste du monde, ou encore *théorème de Pythagore généralisé*. Pour en savoir plus : http://math93.com

La formule d'Al-Kashi permet de calculer le troisième côté d'un triangle connaissant deux côtés et un angle. Pour un triangle ABC, on a :

$$\mathrm{BC}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2 - 2\mathrm{AC} \times \mathrm{AB} \times \cos\left(\widehat{\mathrm{BAC}}\right)$$

On considère pour tout l'exercice que : AB = 6 cm, AC = 12 cm et $\widehat{\mathrm{BAC}} = 60\ °$.

1. Construire un triangle ABC vérifiant les conditions précédentes.

2. Donner la valeur de $\cos\left(\widehat{\mathrm{BAC}}\right)$.

En déduire avec la formule d'Al-Kashi que l'on a :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - AC \times AB$$

Montrer que BC = $\sqrt{108}$ cm.

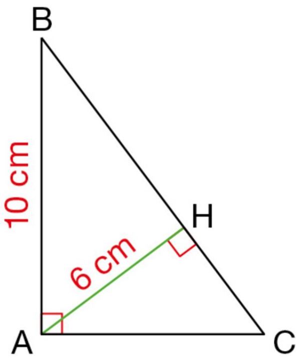
3. En déduire que le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 12. Bien choisir son triangle

ABC est un triangle rectangle en A et H est le pied de la hauteur issue de A.

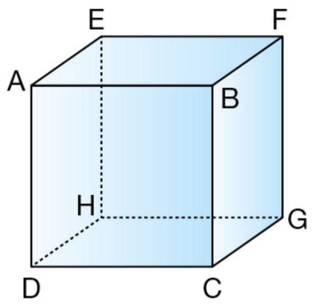
a. Calculer sin $\widehat{ABC}$.

b. En déduire une valeur approchée au dixième près de la longueur BC, en cm.



Exercice 13. Dans l'espace

ABCDEFGH est un cube d'arête 5 cm.
Calculer les valeurs exactes des longueurs AC et AG, puis une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{CAG}$.



Exercice 14. PPF * - Brevet des collèges, 2008

L'unité de longueur est le centimètre.

1. Construire un triangle DOS tel que DS = DO = 6 et $\widehat{\text{ODS}} = 120\,°$.
Quelle est la nature du triangle DOS ? Justifier.

2. Dans le triangle DOS, tracer la hauteur issue de D. Elle coupe [OS] en H.
On donne le tableau suivant :

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
30 °	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45 °	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60 °	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

2. a. Calculer la valeur exacte de OH.

2. b. En déduire que OS $= 6\sqrt{3}$.

3. Placer le point M de [DS] tel que SM = 5. Tracer la parallèle à (OS) passant par M ; elle coupe [DO] en N. Calculer la valeur exacte de MN.

Solutions.
2a) OH = $3\sqrt{3}$ *cm*
3) MN = $\sqrt{3}$ *cm*

Exercice 15. Formules de trigonométrie (Non exigibles)

Théorème 1

Soit un triangle ABC rectangle en C. Alors

1.

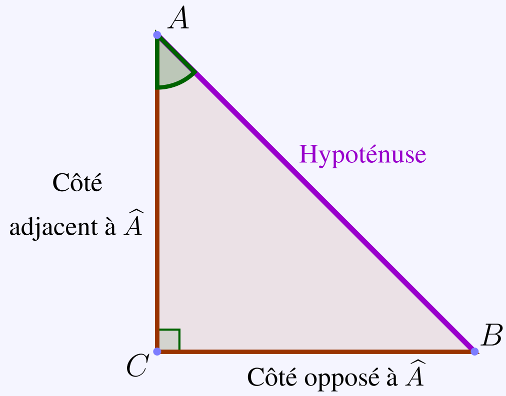
$$\boxed{0 \leqslant \cos \widehat{A} \leqslant 1} \text{ et } \boxed{0 \leqslant \sin \widehat{A} \leqslant 1}$$

2.

$$\boxed{\left(\cos \widehat{A}\right)^2 + \left(\sin \widehat{A}\right)^2 = 1}$$

3.

$$\boxed{\tan \widehat{A} = \frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}}}$$



1. Démontrer les propriétés du théorème ci-dessus.

2. Applications :

2. a. Sachant que $\cos(60°) = \dfrac{1}{2}$, calculer la valeur exacte de $\sin(60°)$ et de $\tan(60°)$.

2. b. Sachant que $\sin(30°) = \dfrac{1}{2}$, calculer la valeur exacte de $\cos(30°)$ et de $\tan(30°)$.

Exercice 16. PPF ** Les angles remarquables

1. En vous plaçant dans un triangle équilatéral (de côté 1 ou a), démontrer que :

$$\boxed{\cos(60°) = \frac{1}{2}} \text{ et } \boxed{\sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}} \text{ et } \boxed{\tan(60°) = \sqrt{3}}$$

Aide

Pensez à tracer une hauteur ...

2. Considérez maintenant un triangle rectangle dont un des angle mesure $60°$.
En déduire avec la question précédente que :

$$\boxed{\cos(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}} \text{ et } \boxed{\sin(30°) = \frac{1}{2}} \text{ et } \boxed{\tan(30°) = \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

3. En vous plaçant dans un triangle rectangle et isocèle, démontrer que :

$$\boxed{\cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}} \text{ et } \boxed{\sin(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}} \text{ et } \boxed{\tan(45°) = 1}$$

Fin du TD

Partie III. Corrections

Les corrections sont sur le document de la page www.math93.com